

NAVIER-STOKESOVA ENAČBA IN ELASTIČNI TRKI

ANDREJ LIKAR

Fakulteta za matematiko in fiziko

Univerza v Ljubljani

PACS: 47.10.ad, 47.11.j, 47.32.-y

V prispevku pokažemo, da lahko s sledenjem okroglih ploščic, ki drsijo po gladki plošči in med seboj elastično trkajo, kar dobro rešimo Navier-Stokesovo enačbo v dveh dimenzijah. Tak pristop je tako preprost, da ga lahko brez težav obvladajo tudi srednješolci, ki so večji programiranja. Poleg laminarnega toka brez vrtincev obravnavamo tudi vrtince v vodotokih in vrtinec pri iztekanju vode iz kadi.

NAVIER-STOKES EQUATION AND ELASTIC COLLISIONS

We show that one can quite well solve the Navier-Stokes equation in two dimensions by following discs which slide on a smooth plate and collide elastically. This approach is so simple that it can be easily used by high-school students with some programming skills. Beside laminar flows without eddies we deal with eddies in rivers and bathtub vortex.

Gibanje tekočin obravnavamo z Navier-Stokesovo enačbo. Po postavitvi temeljev matematične analize v 18. stoletju so jo v 19. stoletju dognali znani matematiki. Motiv pa ni bila nuja po opisu gibanja tekočin, temveč odkritje, da je svetloba transverzalno valovanje. Na začetku 19. stoletja so menili, da je svetloba valovanje etra, ki mora biti zato podoben trdni snovi, po kateri se tako valovanje lahko širi. Claude Navier je zapisal enačbo gibanja v trdni snovi, ki si jo je predstavljal kot množico delcev, ki so speti s centralnimi silami. V njej sta edina parametra gostota snovi in njen strižni modul. Augustine-Louis Cauchy jo je dopolnil z upoštevanjem stisljivosti. Simon Denis Poisson je reševal Navierovo enačbo in pokazal, da je poleg transverzalnega valovanja možno tudi longitudinalno valovanje. Za obe je izpeljal izraza za njuno hitrost širjenja. Pri širjenju svetlobe v etru so se morali izogniti longitudinalnemu valovanju, zato so etru pripisovali nenavadne lastnosti. Po njem naj bi se longitudinalni valovi pri visokih frekvencah gibali vse hitreje. Pri nizkih frekvencah pa tak eter naj ne bi nudil odpora, saj se po njem neovirano gibljejo planeti. Navier in Stokes sta po zgledu enačb za gibanje trdnin zapisala enačbo za gibanje tekočin, ki danes nosi njuno ime.

Izpeljava enačbe je prav preprosta. Na majhen delček tekočine delujejo tri sile, in sicer gradient tlaka, teža in viskozna sila. Ko poznamo sile, izrazimo pospešek tega delčka z njimi, uporabimo torej 2. Newtonov zakon in že imamo enačbo napisano, torej: masa krat pospešek je enako vsoti vseh