DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SR SLOVENIJE

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

1977

Letnik 24

4

LETNIK 24. — ŠTEVILKA 4

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

LJUBLJANA, JULIJ 1977

Naročnina: za posameznike 140.— din (za člane društva je že vračunana članarina 20.— din), za dijake in študente 60.— din, za ustanove in podjetja 180.— din, za tujino 12 $ = 216.— din, posamezna številka 25.— din, dvojna številka 50.— din.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: **Komisija za tisk DMFA SRS**, 61001 Ljubljana, Jadranska c. 19, p. p. 227, tel. št. 65-061/53, žiro račun 50101-678-48363, devizni račun pri Ljubljanski banki 32009-007-900.

Tiska tiskarna Ljudske pravice v Ljubljani, Kopitarjeva ul. 2. Naklada 1500 izvodov.

Izdajo revije sofinancirata Izobraževalna skupnost Slovenije in Raziskovalna skupnost Slovenije.

YU ISSN 0473-7466

VSEBINA

CONTENTS

Obzornik mat. fiz. 24 (1977) 4

ŽIVLJENJE ZVEZD

ANDREJ ČADEŽ

UDK 523.8

S stališča današnje astrofizike je na kratko opisana razvojna pot zvezde od nastanka do statičnega konca. Pojasnjeni so osnovni fizikalni pojavi, ki so odločilni na posameznih razvojnih stopnjah.

STELLAR EVOLUTION

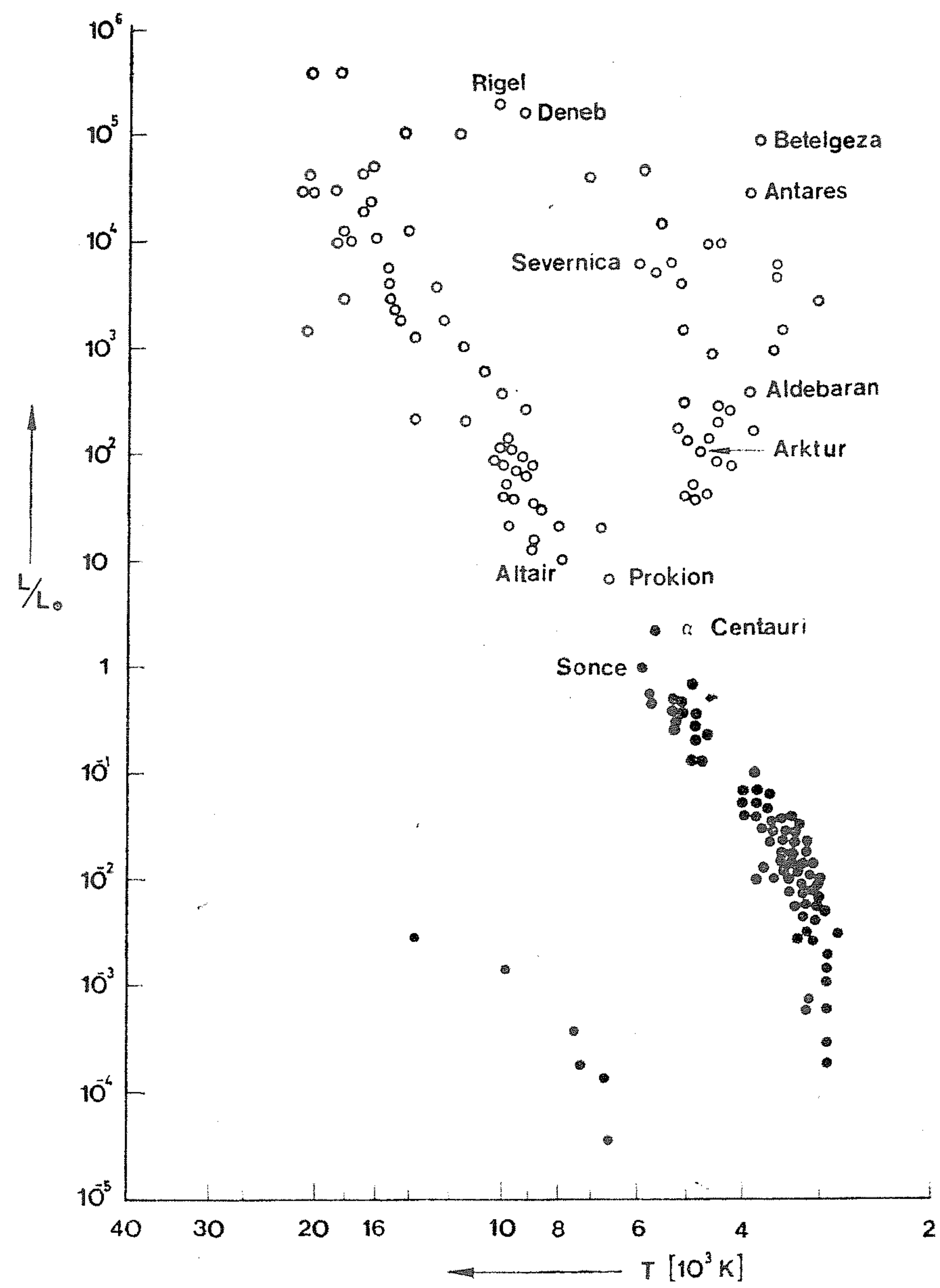
Todays outlook on stellar evolution is briefly described. The principal underlying physical mechanisms of different phases of the evolution are discussed.

Uvod

Preden začnemo opisovati življenjsko pot zvezd, si okvirno oglejmo nekaj njihovih bistvenih značilnosti. Astrofizika zanimajo predvsem masa, radij in temperatura zvezde, izsevani energijski tok, sestav snovi. Te podatke poskuša astronom izluščiti iz šibke svetlobe, ki pride skozi njegov daljnogled.

Najpreprostejše so meritve *sija* in *efektivne temperature*. Sij merimo tako, da primerjamo gostoto svetlobnega toka z dane zvezde in gostoto svetlobnega toka z zvezde, ki smo jo izbrali za standard. Astronomi navadno računajo z »magnitudami«, ki so enote v logaritemskem merilu za gostoto svetlobnega toka

$$m_1 - m_2 = \tfrac{5}{2} \log (j_2/j_1) \tag{1}$$



Sl. 1. Hertzsprung-Russelov diagram (diagram H-R) s 100 najsvetlejšimi in 90 najbližjimi zvezdami

m_1 in m_2 sta magnitudi dveh zvezd, j_1 in j_2 pa ustrezni gostoti svetlobnega toka. Izmerjena magnituda je odvisna od optičnega sistema in registrirnega instrumenta ter spektralne propustnosti atmosfere. Astronomi so se zato dogovorili za natančno definirano spektralno propustnost; dosežejo jo z ozkopasovnimi filtri na območju vidne svetlobe, za katero je zemeljska atmosfera skoraj popolnoma prozorna. Največ se uporabljata dva filtra; prvi prepušča v glavnem modro svetlobo, drugi pa rumeno. Magnitudo, ki jo določimo z modrim filtrom, imenujemo *fotografsko magnitudo* (označimo jo z B), tisto z rumenim pa *vizualno* (označimo jo z V). Če je zvezda vroča, seva več modre svetlobe kot rumene in je njena fotografska magnituda manjša od vizualne, pri hladnih zvezdah pa je obratno. Če privzamemo, da seva zvezda kot črno telo, lahko iz razlike magnitud (B — V) in z znanima spektralnima propustnostma filtrov B in V izračunamo efektivno temperaturo na površini zvezde.

Za zvezdo, bližjo kot 100 parsekov (1 parsek = 3,3 svetlobnih let), lahko izmerijo tudi letno paralakso in tako določijo oddaljenost. S tem izračunamo *izsev*, to je energijski tok, ki ga seva zvezda na vsem spektralnem območju. Izsev je poleg temperature na površini zvezde za astrofizika najpomembnejši podatek. V začetku tega stoletja sta Hertzsprung in Russel neodvisno drug od drugega ob pregledovanju katalogov z izsevi in temperaturami zvezd razporedila zvezde v diagram s temperaturo na abscisni in izsevom na ordinatni osi. Ko sta vstavila v diagram podatke o večjem številu zvezd, sta opazila jasno izražene skupine. Na sl. 1. je primer takega *Hertzsprung-Russelovega diagrama.* Najštevilnejša skupina so zvezde v veji, ki se vleče od desnega spodnjega oglišča do levega zgornjega oglišča. To je *glavna veja*, ki je razmeroma dobro definirana; zvezda, ki ima višjo temperaturo (temperatura narašča od desne proti levi), ima tudi večji izsev. Nad glavno vejo najdemo dokaj razmetano skupino zvezd, ki nekaj stokrat ali celo nekaj stotisočkrat močneje svetijo kot enako vroče zvezde z glavne veje. To je mogoče samo, če so te zvezde mnogo večje kot njihove sestre z glavne veje. Zato jih imenujemo *orjakinje*, največje med njimi pa *nadorjakinje*. Pod glavno vejo pa vidimo majhno skupinico vročih zvezd z izredno majhnim izsevom. Hitro lahko izračunamo, da so te zvezde po velikosti komaj tolikšne kot Zemlja in se zato imenujejo *bele pritlikavke.*

Ena glavnih nalog astrofizike je bila pojasniti, zakaj so zvezde razporejene v te značilne skupine in na kakšni razvojni stopnji je zvezda, ki jo najdemo v določeni točki Hertzsprung-Russelovega diagrama.

Energijske razmere v zvezdah

Kaj lahko pove moderna astrofizika o življenju zvezd? Zvezde nastajajo iz zelo redkih oblakov medzvezdnega plina. Nekatere take oblake lahko vidimo ponoči z daljnogledom, ker jih osvetljujejo zvezde v bližini ali zvezde, ki so že nastale v njih (sl. 2 in 3). Gostota plina v teh oblakih je izredno majhna — 10^{-22} g/cm^3 — v kubičnem centimetru je le nekaj sto atomov. Oblaki pa so zelo veliki — v premeru merijo nekaj deset svetlobnih let — tako da njihova masa ponavadi zadošča za nekaj sto zvezd. Te nastanejo tako, da se v oblaku počasi izoblikujejo nekoliko gostejša jedra, okrog katerih se zaradi gravitacije začne zgoščevati okolna snov.

Gravitacija omogoči nastanek zvezde in igra najpomembnejšo vlogo pri razvoju oblaka v zvezdo. Celo še pri zvezdi, ki je že tako razvita kot Sonce (staro okoli pet milijard let), odloča o stabilnosti gravitacija. Tolikšen vpliv gravitacije na življenje zvezd je posledica dejstva, da je gravitacijska sila vedno privlačna in ima dolg doseg. Gravitacijska potencialna energija, to je vezavna energija, je zato sorazmerna s kvadratom mase; če bi bila zvezda z maso M homogena krogla z radijem r, bi bila njena gravitacijska vezavna energija enaka:

$$W_g = -\tfrac{3}{5}\, GM^2/r \qquad (2)$$

G je gravitacijska konstanta.

Sl. 2. Meglica M 42 v Orionu. V meglici so mlade, komaj nastale zvezde, ki osvetljujejo oblak. Meglica se dobro vidi že z manjšim daljnogledom, saj je njena integrirana magnituda (integral sija po svetlečem oblaku) +4

Sl. 3. Meglica M 16 v ozvezdju Kače. Misli se, da so majhna temna področja gostejša jedra plina, okrog katerih bodo nastale protozvezde. Meglica se dobro vidi z daljnogledom; integrirana magnituda je 6,4

Tudi električna sila ima dolg doseg. Vendar je elektrostatična potencialna energija zvezde po absolutni vrednosti dosti manjša od gravitacijske, ker so naboji razporejeni tako, da je snov v povprečju nevtralna. Elektrostatična energija je zato vsota prispevkov posameznih »atomov« in raste sorazmerno s številom atomov, to je z maso zvezde.

Primerjajmo gravitacijsko in elektrostatično energijo Sonca. Gravitacijsko energijo ocenimo kar z enačbo (2), kot da bi bilo Sonce homogena krogla,

$$W_g \approx -2 \cdot 10^{41}\ \mathrm{J}$$

Masa Sonca je namreč $2 \cdot 10^{30}$ kg, radij pa 700000 km. Za oceno elektrostatične energije vzamemo, da je Sonce sestavljeno iz vodika. Temperatura naj bo tako visoka, da so vsi atomi popolnoma ionizirani. Elektrostatična energija je tedaj vsota ionizacijskih energij vseh atomov v Soncu:

$$W_{el} = N\, W_i = (M/m_p)\, W_i = 2{,}6 \cdot 10^{39}\ \mathrm{J}$$

Ionizacijska energija W_i za vodikov atom je namreč 13,6 eV. Energija W_{el} je stokrat manjša od energije $|W_g|$. Mimogrede omenimo, da je pri planetih, ki imajo mnogo manjšo maso, ravno obratno. Prav zato je fizika planetov čisto drugačna kot fizika zvezd.

Za zvezdo je zelo pomembna še zaloga jedrske energije, ki jo izkorišča, dokler živi. Ta zaloga je pri Soncu okrog desettisočkrat večja od energije $|W_g|$ in je daleč največja. Vendar tečejo jedrske reakcije le pri zelo visoki temperaturi in se zato ta zaloga energije tako počasi sprošča, da praktično ne vpliva na kratkoročno stabilnost zvezde.

Pojavi, ki uravnavajo življenje zvezd

Razvoj oblaka v zvezdo in življenje zvezde proučujemo tako, da na osnovi fizikalnih zakonov — Newtonovega zakona, zakona o ohranitvi mase in energije ter drugih — sestavimo matematični model oblaka ali zvezde in računsko zasledujemo njegov razvoj. Taki modeli so dokaj zapleteni, ker zahtevajo zanesljivo poznavanje lastnosti snovi, iz katere je zvezda. Obvladamo jih le z računalnikom. Večkrat se bomo sklicevali na rezultate takih računov, nekatere bistvene fizikalne značilnosti pa bomo poskušali okvirno opravičiti.

Zvezdo lahko v načelu obravnavamo kot sistem N delcev. N je število vseh atomskih jeder in elektronov, ki jo sestavljajo. Za vsak delec lahko zapišemo Newtonov zakon, če poznamo vse sile, ki delujejo na delec. Ker smo ugotovili, da je gravitacijska sila najpomembnejša, zapišimo Newtonov zakon v obliki

$$m_i \ddot{\mathbf{r}}_i = G \sum_{i,j\,(i \neq j)} m_i m_j (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \mid \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i \mid^{-3} + \mathbf{F}_i \tag{3}$$

Vse sile na delec i razen gravitacijskih so zajete v $\mathbf{F}_i$. Seveda so enačbe (3) mnogo prepodrobne, da bi bile že uporabne. Precej pa povedo o sistemu delcev nekatera povprečja.

1. Energijsko povprečje dobimo, če enačbo (3) za delec i pomnožimo s hitrostjo tega delca $\dot{\mathbf{r}}_i$ in seštejemo enačbe za vse delce v oblaku ali zvezdi:

$$\tfrac{1}{2} \sum_i m_i\, d(\dot{\mathbf{r}}_i^2)/dt = G \sum_{i,j\,(i \neq j)} m_i m_j (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \cdot \dot{\mathbf{r}}_i \mid \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i \mid^{-3} + \sum \mathbf{F}_i \cdot \dot{\mathbf{r}}_i =$$

$$= \tfrac{1}{2}\, G\, d\Big(\sum_{i,j\,(i \neq j)} m_i m_j \mid \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i \mid^{-1}\Big)/dt + \sum \mathbf{F}_i \cdot \dot{\mathbf{r}}_i$$

in končno

$$d(W_k + W_p)/dt = \sum_i \mathbf{F}_i \cdot \dot{\mathbf{r}}_i \tag{4}$$

Sprememba polne energije oblaka, to je vsote kinetične in gravitacijske potencialne energije, je enaka delu, ki ga opravijo na delcih v oblaku negravitacijske sile.

2. Drugo povprečje dobimo, če enačbo (3) za delec i vektorsko pomnožimo z $\mathbf{r}_i$ in zopet seštejemo po vseh delcih. Iz tega sledi, da se ohranja skupna vrtilna količina vseh delcev v oblaku. Tega zakona ne bomo potrebovali, ker ne bomo posebej obravnavali vrtenja. Zvezde bomo tedaj vzeli za krogelno simetrične. To sicer ponavadi ni res, vendar zagrešimo z zanemaritvijo vrtenja le majhno napako.

3. Tretje povprečje je morda nekoliko manj znano kot prvi dve, a je za zvezde zelo zanimivo in pomembno. Enačbo (3) za delec i skalarno pomnožimo z $\mathbf{r}_i$ in zopet seštejemo po vseh delcih

$$\sum_i m_i \ddot{\mathbf{r}}_i \cdot \mathbf{r}_i = G \sum_{i,j\,(i \neq j)} m_i m_j (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \cdot \mathbf{r}_i \mid \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i \mid^{-3} + \sum \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{r}_i$$

Vpeljimo povprečni kvadrat radija

$$R^2 = \sum_i m_i r_i^2 / \sum_i m_i$$

(za homogeno kroglo z radijem a je $R = (3/5)^{1/2} a$) in maso oblaka $M = \sum m_i$.

Levo stran zapišemo tedaj v obliki:

$$\tfrac{1}{2}\, d^2\Big(\sum m_i \mathbf{r}_i^2\Big)/dt^2 - \sum m_i \dot{\mathbf{r}}_i^2 = \tfrac{1}{2}\, d^2(MR^2)/dt^2 - 2\, W_k$$

Prvi člen na desni je enak gravitacijski potencialni energiji oblaka. Tretje povprečje lahko torej zapišemo v obliki:

$$\tfrac{1}{2}\, d^2(MR^2)/dt^2 = 2\, W_k + W_p + \sum \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{r}_i \tag{5}$$

Nastanek zvezde

Kaj povedo izpeljane enačbe o krčenju oblaka medzvezdnega plina? Povprečna prosta pot atomov je v oblaku z začetno gostoto sto atomov v kubičnem centimetru okrog desettisočina svetlobnega leta. To je približno premer Osončja. Delec pridobi le slabo milijonino elektronvolta energije, ko pade za to razdaljo proti središču oblaka. V oblaku, ki je na začetku zelo hladen, so trki med delci redki in jih lahko zaradi majhne energije delcev obravnavamo kot popolnoma prožne. Člen $\sum \mathbf{F}_i \cdot \dot{\mathbf{r}}_i$ je tedaj enak nič, ker negravitacijske sile med prožnimi trki ne opravijo dela. Prav tako je vsota vseh negravitacijskih sil na delce, ki sodelujejo pri trku, enaka nič in je zato tudi člen $\sum \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{r}_i$ enak nič. Če upoštevamo, da sta potencialna in kinetična energija oblaka na začetku zelo majhni, dobimo iz enačb (4) in (5)

$$W_k + W_p = konst. \approx 0$$

in

$$\tfrac{1}{2} d^2(MR^2)/dt^2 = 2\,W_k + W_p$$

ali

$$d^2(MR^2)/dt^2 = -2\,W_p$$

če vstavimo prvi izraz v drugega. Ker je gravitacijska energija W_p negativna ali kvečjemu enaka nič, se povprečni kvadrat radija s časom veča. To je mogoče le, če se sredica krči, ovojnica pa širi navzven. Vsota kinetične in potencialne energije mora biti namreč vedno enaka nič. Pri tem se seveda skupna kinetična energija delcev poveča in skupna potencialna za prav toliko zmanjša, kar povzroči še hitrejše naraščanje povprečnega kvadrata radija.

Tako stanje pa ne traja dolgo, ker se večji del oblaka kmalu dovolj zgosti, da postanejo trki pogostejši in energija delcev, ki sodelujejo pri trku, dosti večja. Pri takih trkih se atomi ionizirajo ali vsaj preidejo v vzbujena stanja. Negravitacijske sile med trki tedaj opravijo delo, ki je enako energiji, potrebni za ionizacijo ali vzbuditev atoma. Ta energija se sprosti, ko ionizirani ali vzbujeni atomi zopet preidejo v osnovno stanje in oddajo fotone. Vendar je energija fotonov za redki oblak izgubljena, ker fotoni pobegnejo iz njega. Člen $\sum \mathbf{F}_i \cdot \dot{\mathbf{r}}_i$ je zato nasprotno enak energiji (delci opravljajo delo in sistem oddaja energijo), ki jo fotoni odnesejo iz oblaka v enoti časa. To da izsev oblaka L.

Tudi člen $\sum \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{r}_i$ ni več natančno enak nič. Na delce delujejo razen sil ob trkih še odrivne sile fotonov, ki ne spadajo med delce sistema. Vendar je prispevek tega člena tako majhen, da ga lahko za zdaj zanemarimo. Iz enačb (4) in (5) dobimo tako podobno kot prej

$$d^2(MR^2)/dt^2 = -2\,W_p - 4 \int L dt$$

Zaradi uspešnega ohlajanja drugi člen kmalu prevlada nad prvim in povprečni kvadrat radija oblaka R^2 začne pojemati. Vendar je mehanizem, ki smo ga srečali pri prožnih trkih, še vedno učinkovit in se zato jedro hitreje krči kot zunanje plasti. Počasi postanejo trki v jedru tako pogosti in imajo delci pri njih tolikšno hitrost, da je večina atomov ioniziranih ali vsaj v vzbujenem stanju. Taki atomi zelo radi sipajo svetlobo. Foton, ki nastane pri razpadu kakega vzbujenega stanja, ne more več nemoteno iz jedra. Potuje od atoma do drugega atoma; šele po dolgem času pride na rob goste plasti in uide. (Slika ni popolnoma pravilna, ker foton pri sipanju na nabitih delcih ne ohranja svoje identitete, saj se ne ohrani niti število fotonov. Vendar je pripravna za naš primer, ker lepo ponazarja način odtekanja energije iz zvezde.) Uspešnost hlajenja notranjih plasti se s tem bistveno zmanjša, zato se začne jedro hitreje segrevati. Zaradi tega narašča tlak v jedru in se zmanjšuje hitrost krčenja. Nastanek takega jedra imamo za rojstvo *protozvezde*. Izsev tako nastale protozvezde je zelo velik, ker so zunanje plasti v katerih je večina snovi, še vedno prozorne in se pri krčenju sproščena potencialna energija skoraj v celoti spremeni v svetlobo. (Ko je bilo Sonce protozvezda, je svetilo dobrih tisočkrat močneje kot danes.) Med nadaljnjim krčenjem protozvezde postaja masa neprozornega jedra vse večja, ohlajanje pa v povprečju za vso snov vse manj uspešno. Izsev protozvezde zato pada. Poleg tega temperatura in s tem tudi tlak v notranjosti naraščata in krčenje postaja vse počasnejše. Končno se vsa masa zbere okrog jedra. Nastala zvezda je že precej podobna našemu Soncu, le malo hladnejša je in nekoliko slabše sveti. Kmalu zatem se krčenje skoraj ustavi. To pomeni, da hitrost krčenja ni več določena s hitrostjo prostega pada posameznih delcev v ovojnici, ampak jo začno uravnavati drugi, mnogo počasnejši pojavi. Včasih se zvezda zaustavi precej sunkovito, tako da radialno zaniha in niha lahko nekaj milijonov let. Izgube energije pri nihanju so zelo majhne in jih nadomešča člen $\sum \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{r}_i$, ki ga lahko pri drugih računih zanemarimo.

Karakteristični časi

Navadno podamo hitrosti krčenja s karakterističnimi časi. Hitrost pri prostem padu podamo na primer s časom, v katerem bi delec s površine zvezde padel do središča, če pri tem ne bi trčil z drugimi delci. Ta čas preprosto izračunamo, če vzamemo, da je zvezda homogena krogla z gostoto ρ:

$$T_d = \tfrac{1}{4}\,(3\pi/G\rho)^{1/2} \tag{6}$$

Ko je zvezda že približno tako gosta kot Sonce, doseže *ta čas le še kako uro*. Seveda pri Soncu ta čas že zdavnaj ni več mera za hitrost krčenja.

Ko postane vsa ovojnica neprozorna za svetlobo, odloča o hitrosti razvoja protozvezde čas, v katerem lahko protozvezda premesti svojo zalogo notranje energije. Tedaj ima protozvezda že razvito vroče jedro, zunanje plasti pa so razmeroma hladne, ker so bile še pred nedavnim prozorne in so se uspešno hladile. Lahko si predstavljamo, da je zvezda sicer približno v hidrostatičnem ravnovesju, vendar se to ravnovesje neprestano ruši in zopet vzpostavlja, ker notranje plasti segrevajo zunanje. Tako izravnavanje traja, dokler se v zvezdi ne vzpostavi približno toplotno ravnovesje. Tedaj se nobena plast ne segreva na račun druge, ampak vsaka prispeva le svoj sorazmerni delež k izsevu zvezde. Potem se zvezda enakomerno krči. Energijo, ki jo potrebuje za sevanje in za stabilnost, daje gravitacijska potencialna energija. To razvojno stopnjo pojasnimo z enačbama (4) in (5) v obliki

$$d(W_k + W_p)/dt = -L \tag{4a}$$

in

$$\tfrac{1}{2}d^2(MR^2)/dt^2 = M\dot{R}^2 + MR\ddot{R} = 2W_k + W_p \tag{4b}$$

Ker se tedaj krčenje zvezde skoraj ustavi, smemo vzeti v približku $\dot{R} = 0$ in $\ddot{R} = 0$. Kinetična energija atomskih jeder in elektronov, ki sestavljajo zvezdo, je tedaj kar enaka notranji energiji plina v zvezdi* ($W_k = W_n$). Druga enačba se potem glasi:

$$W_n = -\tfrac{1}{2}\,W_p \tag{7}$$

To vstavimo v prvo enačbo in dobimo:

$$dW_p/dt = -2L \tag{8}$$

Za hitrost spreminjanja zvezde je zdaj odločilna prosojnost zvezdne snovi za svetlobo. Za karakteristični čas na tej razvojni stopnji lahko vzamemo čas, v katerem bi se potencialna energija podvojila, to je

$$T_T = W_p/(dW_p/dt) = W_p/2L = W_n/L \tag{9}$$

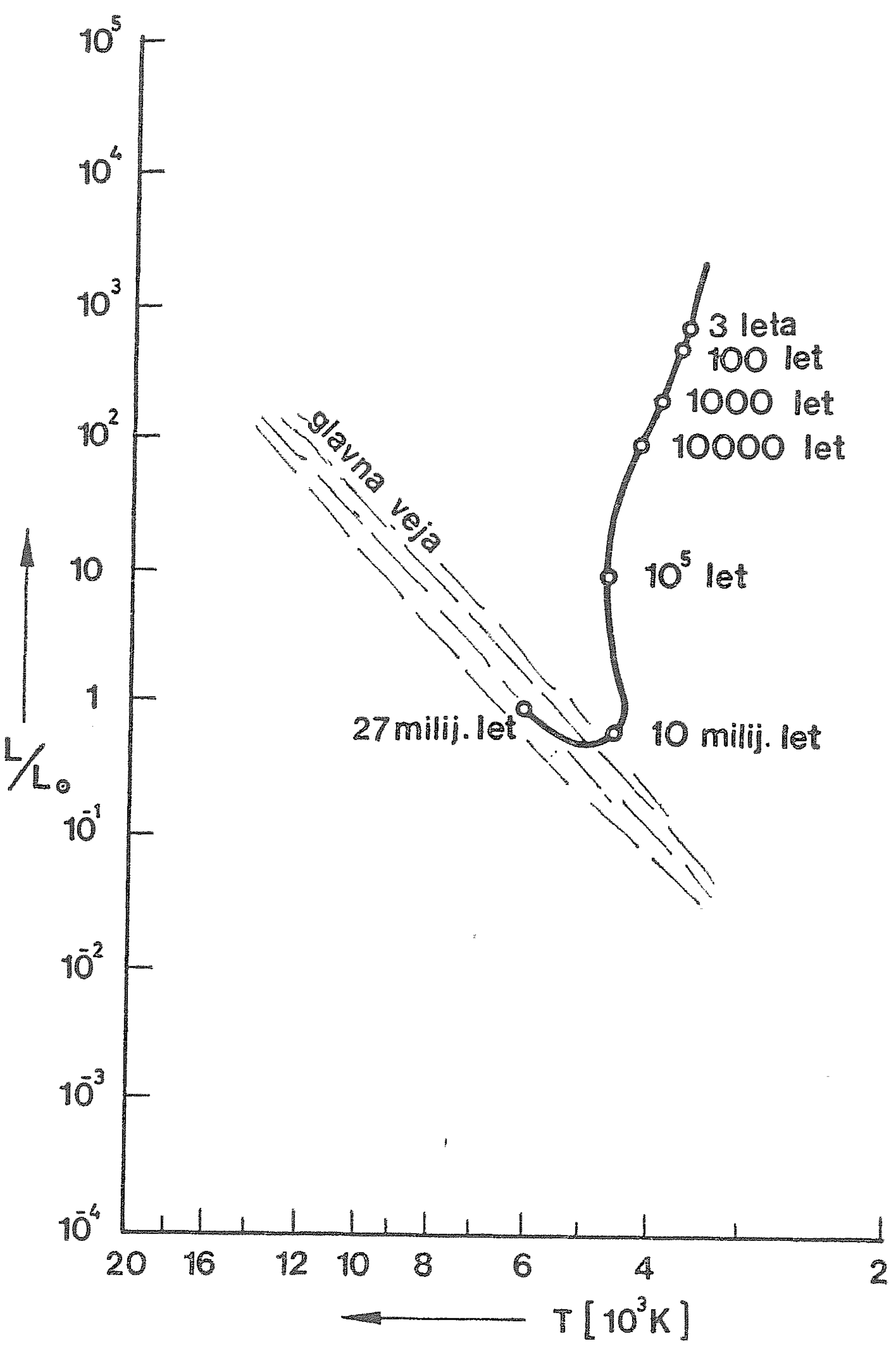
Današnji podatki za Sonce dajo za ta čas približno 30 milijonov let. To $3 \cdot 10^{11}$-krat presega čas T_d, ki ga določa prosti pad. S tem smo popolnoma upravičili privzetek $\dot{R} = 0$ in $\ddot{R} = 0$, saj je npr. razmerje $2\,M\dot{R}^2/W_p$ iz enačbe (4b) enako

$$\tfrac{1}{2}\,M\dot{R}^2/W_p = 4\,(T_d/T_T)^2/\pi^2$$

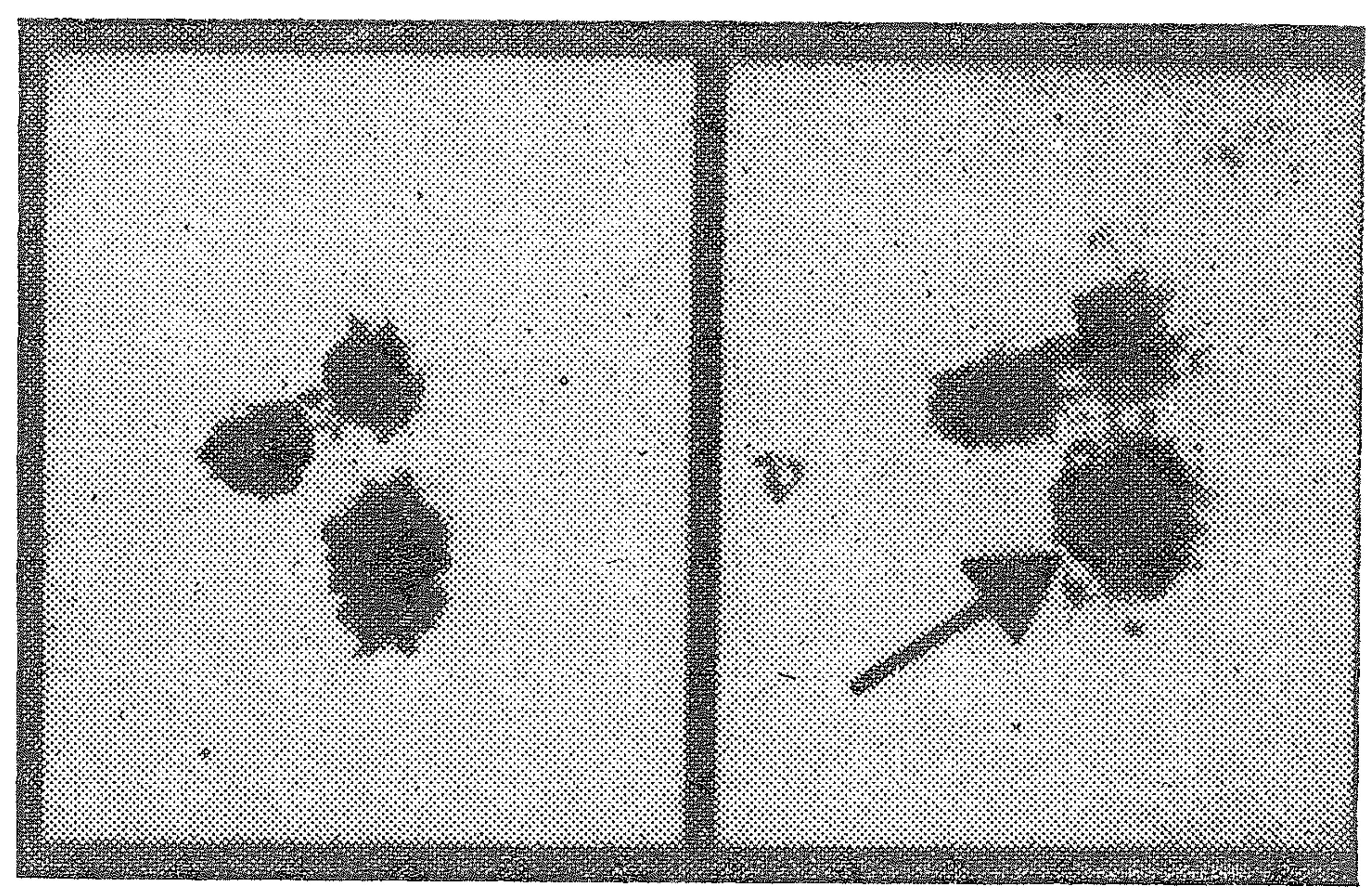
Krčenje zvezde je torej na tej razvojni stopnji zares tako dolgotrajno v primeri z *dinamičnim časom* T_d, da lahko v vsakem trenutku privzamemo za zvezdo hidrostatično ravnovesje. Med notranjo in gravitacijsko energijo zvezde velja zanimiva zveza $W_n = -\frac{1}{2}\,W_p$.

* Ta zaključek je pravilen zato, ker sestavljajo atomska jedra in elektroni v vroči sredici zvezde idealni plin. Vemo, da je pri idealnem plinu notranja energija enaka vsoti kinetičnih energij delcev, ki se neurejeno gibljejo.

Sl. 4 kaže pot protozvezde z maso Sonca na Hertzsprung-Russellovem diagramu. Protozvezda se pojavi v diagramu, ko postanejo atomi dovolj hitri in trki med njimi dovolj pogosti, da začne plin sevati. Oblak je še zelo velik in razmeroma hladen, njegov skupni izsev pa je nekaj tisočkrat večji od izseva Sonca. Že po treh letih nastane jedro in izsev začne pojemati. Temperatura le zelo počasi narašča, ker prispeva večino izsevane energije še vedno zelo redka ovojnica. Na tej razvojni stopnji ima odločilno vlogo hitrost prostega pada oblaka proti jedru, ki traja po računih z modeli okrog 10 milijonov let. Na koncu te stopnje sveti protozvezda slabše kot Sonce in nima več svetle, a prozorne ovojnice. Na naslednji razvojni stopnji, ki ji ustreza koleno krivulje na sl. 4, »išče« zvezda toplotno ravnovesje. To traja nekako 17 milijonov let. Kmalu po doseženem toplotnem ravnovesju doseže temperatura v središču zvezde kritično vrednost dobrih deset ali dvajset milijonov stopinj. Takrat steče zlivanje jeder: protozvezda stopi v svojo odraslo dobo in postane prava zvezda.



Sl. 4. Razvoj protozvezde v diagramu H-R



Sl. 5, 6. Nastanek protozvezde v ozvezdju Orion
Sl. 5 Ta slika je bila posneta 1947
Sl. 6. Isti del neba kot na sl. 5, posnet l. 1954. Puščica kaže na novo nastalo protozvezdo

Seveda je nemogoče z opazovanji neposredno potrditi ali zavreči opisani model, saj bi bilo treba opazovati zvezdo trideset milijonov let ali več. Pomagamo si tako, da študiramo statistiko zvezdnega prebivalstva in ugotavljamo, ali se sklada z modelom ali ne. Za zdaj kaže, da ni bistvenih nesoglasij. Posebno težko je dobiti podatke o zgodnjih razvojnih stopnjah zvezde, ker so takrat pojavi zelo hitri in ni verjetno, da bi opazili zvezdo, ki se ravno rojeva. Zato sta posebej zanimivi fotografiji na sl. 5 in 6, ki kažeta prav rojstvo nove zvezde. Prvo so napravili 1947. Kaže del neba, na katerem so ugotovili večjo gostoto medzvezdnega plina in več mladih zvezd. Drugo so napravili 7 let kasneje in na njej se razločno vidi novo telo, ki ga pred 7 leti še ni bilo. Ta edina tovrstna fotografija je lepo eksperimentalno potrdilo za opisani teoretični model o nastanku zvezde.

Življenje na glavni veji

Ko doseže temperatura v središču zvezde nekako deset do dvajset milijonov stopinj, stečejo, kot smo že omenili, jedrske reakcije. Pri tolikšnih temperaturah se začne vodik, ki je v zvezdah najpogostejši element (okrog 75% mase), zlivati v helij. Pri tem se zvezda na zunaj ne spremeni, le zelo počasno krčenje, ki je prej sproščalo potrebno energijo, se ustavi, ker jedrske reakcije nadomeste energijo, ki jo zvezda izgubi s sevanjem. Člen $\sum \mathbf{F}_i \cdot \dot{\mathbf{r}}_i$ v enačbi (4) je namreč sestavljen iz dveh prispevkov. Prvi prispevek — že znano delo na enoto časa — opravijo delci pri nastajanju fotonov, ki uidejo iz zvezde ($-L$), drugi pa je enak energiji, ki jo jedrske reakcije sproste v enoti časa $\int \varepsilon \rho dV$. Tu je ε energija, ki se sprosti pri jedrskih reakcijah v enoti časa na enoto mase. Vsota obeh členov je ravno enaka nič. Enačbi (4) in (5) se zato glasita:

$$d(W_n + W_p)/dt = 0 \qquad 2W_n + W_p = 0$$

Energija ε je v povprečju zelo majhna, za Sonce je npr. le $2 \cdot 10^{-4}$ W/kg. (V resnici je gostota moči v sredici, kjer je temperatura visoka, nekajkrat večja, v plašču pa zanemarljiva zaradi sorazmerno nižje temperature.) Hitrost sproščanja jedrske energije je močno odvisna od temperature. Če bi se npr. temperatura v notranjosti Sonca povečala od sedanjih petnajst na sedemnajst milijonov stopinj, bi bila gostota ε $24 \cdot 10^{-4}$ W/kg, pri dvajsetih milijonih pa že $515 \cdot 10^{-4}$ W/kg.

Na prvi pogled se zazdi, da bi moralo zvezdo raznesti, ker hitrost sproščanja energije tako hitro narašča s temperaturo. To se ne zgodi, ker imajo zvezde posebno lastnost, da se ohlade, če jim energijo dovedemo.

Poglejmo, kaj se zgodi z zvezdo, ki je bila v nekem trenutku v hidrostatičnem ravnovesju, tako da je veljala med notranjo in potencialno energijo zveza $2W_n^{(1)} = -W_p^{(1)}$. Nato jedrske reakcije nenadoma prehitro stečejo, tako da v zvezdi preostane dodatna energija ΔW. Notranjost zvezde je prevroča, zato je tudi tlak prevelik in zvezda preide v dina ničnem času T_a v novo hidrostatično ravnovesje, za katerega zopet velja $W_p^{(2)} = -2W_n^{(2)}$. Polna energija zvezde $W_p^{(2)} + W_n^{(2)}$ pa je sedaj enaka $W_p^{(1)} + W_n^{(1)} + \Delta W$, saj dovedena energija ΔW v tako kratkem času ne more zapustiti zvezde. Sledi

$$W_n^{(2)} = W_n^{(1)} - \Delta W$$

Zvezda se torej ohladi, če ji energijo dovedemo, in segreje, če jo odvedemo. Ta mehanizem izredno uspešno uravnava hitrost jedrskih reakcij; če je prevelika, se zvezda ohladi in hitrost pade, če pa je premajhna, se zvezda skrči in segreje in hitrost reakcij zopet naraste. Zvezda je zato stabilna in ne spremeni svojega videza, dokler ima v jedru še kaj vodika, ki se lahko zliva v helij. Pri zvezdi, kakršna je Sonce, traja ta doba dobrih deset milijard let. Če se zlije 1 kg vodika v helij, se sprosti $6 \cdot 10^{15}$ J energije. Pri porabi $2 \cdot 10^{-4}$ J/kgs bi Sonce lahko izkoriščalo zlivanje vodika v helij 100 milijard let. Ker pa se lahko zliva le vodik v središču, moramo zmanjšati oceno na deset milijard let. Zvezde z večjo maso žive hitreje, zvezde z manjšo maso pa počasneje kot Sonce.

Do sedaj smo za zgled seveda navajali le Sonce, ki je najbližje in ga zato prav dobro poznamo. Poleg tega pa je Sonce zelo povprečna zvezda in je njegov razvoj vsaj v glavnih potezah močno podoben razvoju drugih zvezd. Ob rojstvu se razlikujejo druge zvezde od Sonca le po masi oblaka, ki se združi v protozvezdo. Sestav plina, iz katerega nastajajo protozvezde, je po sedanjih merjenjih enak po vsej Galaksiji. Protozvezde z različnimi masami gredo skozi vse razvojne stopnje, ki smo jih opisali v prejšnjem poglavju. Pri tem pa so karakteristični časi za zvezde z večjo maso v splošnem krajši kot za zvezde z manjšo maso. Zvezde z veliko maso zato močneje sevajo in imajo višjo površinsko temperaturo kot njihove vrstnice z manjšo maso.

Razdobje, v katerem se zliva v jedru vodik, je za vse zvezde najdaljše. Vse zvezde na glavni veji v Hertzsprung-Russellovem diagramu (sl. 1) so v tem razdobju življenja. Ravno zaradi stabilnosti in dolgotrajnosti tega razdobja, je glavna veja tako dobro definirana. Mase nekaterih zvezd na glavni veji se je posrečilo zanesljivo izmeriti šele v zadnjih nekaj desetletjih. Izkazalo se je, da je masa najsvetlejših zvezd nekaj desetkrat tolikšna kot masa Sonca, najšibkejše zvezde pa imajo le nekaj stotin mase Sonca. Ugotovili so, da velja med izsevom zvezde na glavni veji in njeno maso empirična zveza

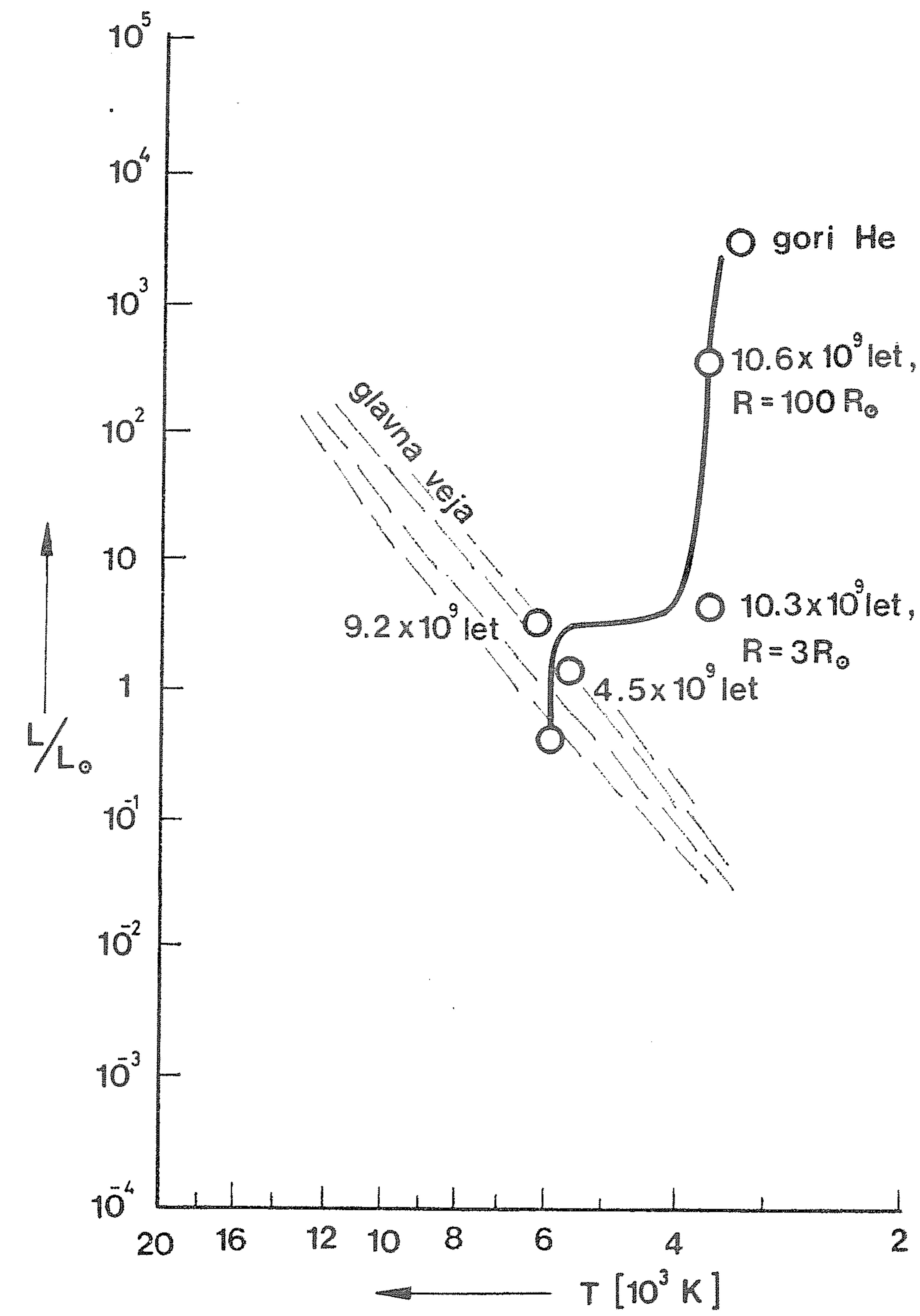
$$L = L_{\odot}(M/M_{\odot})^{3 \cdot 3}$$

ki kaže, da npr. zvezda z desetkratno maso Sonca dvatisočkrat močneje sveti. Odtod pa sledi, da mora okrog dvestokrat hitreje živeti, saj so njene zaloge energije le desetkrat večje.

Končna razvojna stopnja zvezd

Ko zvezda porabi ves vodik v jedru, nastopi zelo hitro staranje. Helij v jedru se še ne more vneti, ker temperatura ni dovolj visoka. Zato se začne zvezda zopet krčiti. Počasi se plast nad jedrom dovolj segreje, da se začne zlivati vodik, ki je še tam. Zvezda dobi »injekcijo energije« in zato se po zvezi $W_n = -2W_p$ ohladi in razpne. Sedaj se to zgodi na zanimiv način; jedro se skrči, ker ga stisne okolna plast, v kateri se zlivajo vodikova jedra, ovojnica pa se močno razpne. Zvezda postane rdeča orjakinja. Njeno jedro, v katerem je nekaj desetin vse mase, je le nekaj večje kot naša Zemlja. Ovojnica pa se razširi do polmera, ki je večji od oddaljenosti Zemlje od Sonca. Sl. 7 kaže pot zvezde z glavne veje proti rdečim orjakinjam, dobljeno z računalniškimi modeli.

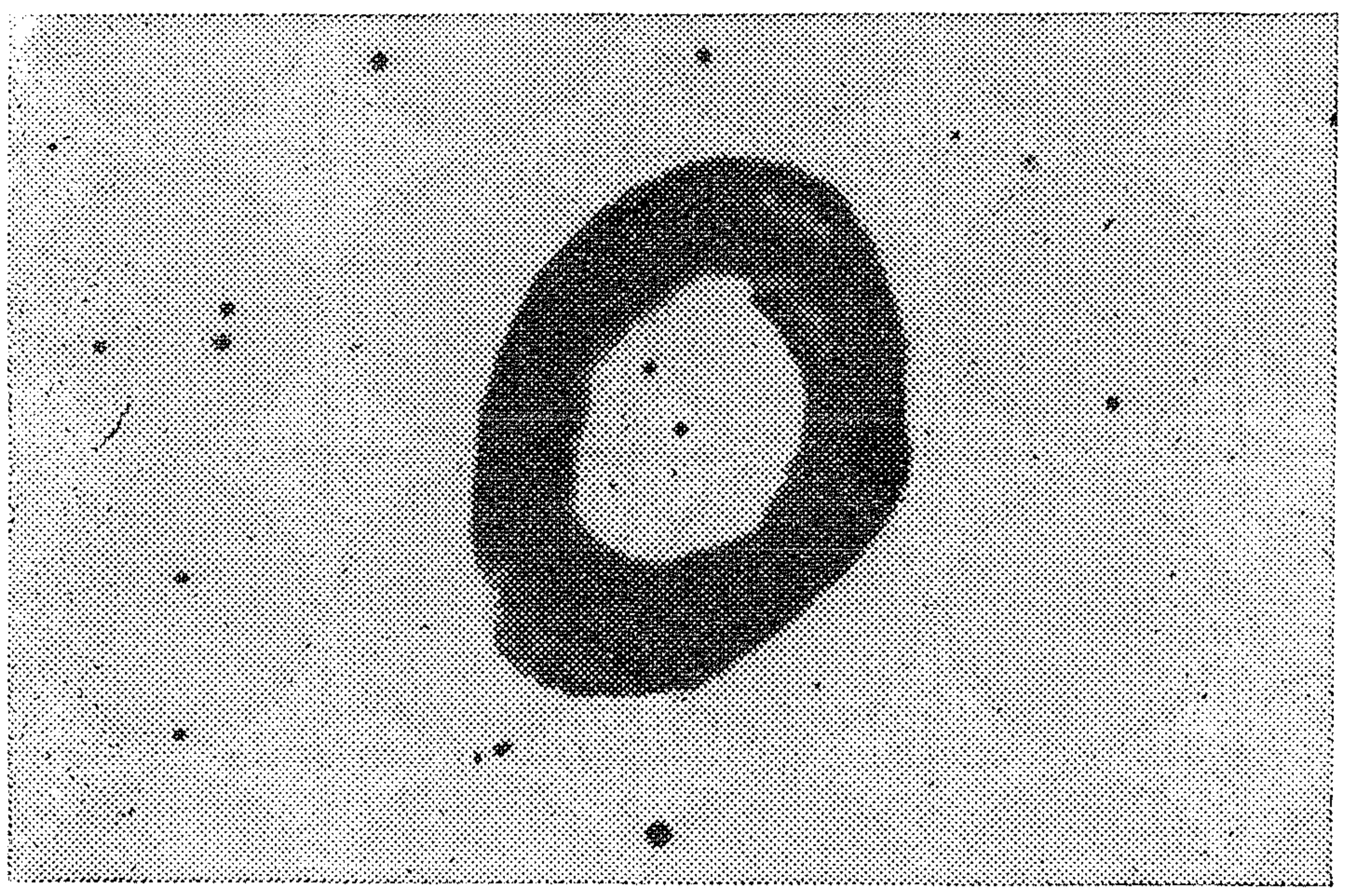
Nadaljnja pot zvezde je razmeroma kratka, a polna razburljivih sprememb. Vodik, ki je še vedno v ovojnici, ne more priti do vroče sredice, da bi se zlival in dajal energijo. Helij,



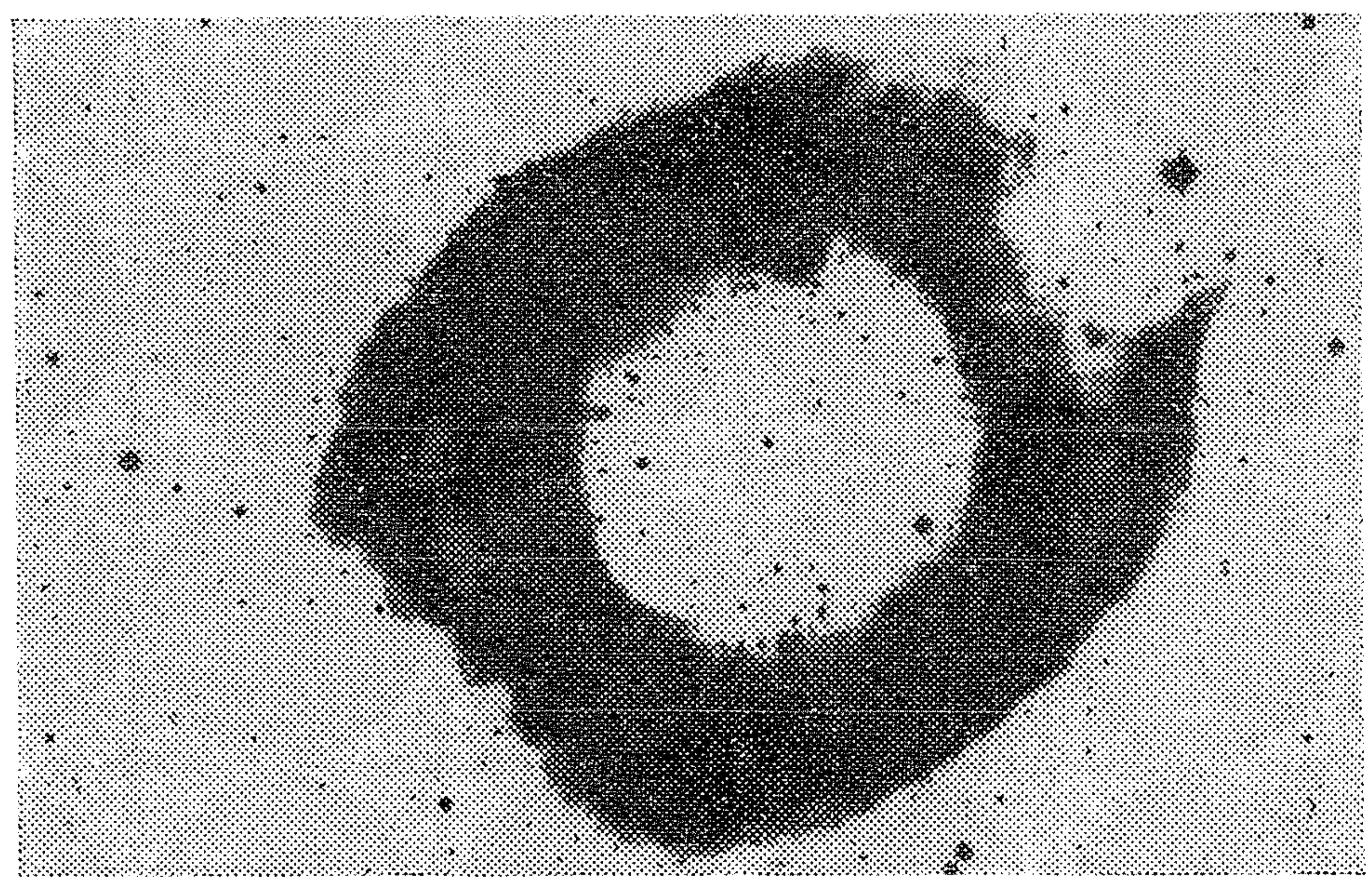
Sl. 7. Pot od glavne veje proti rdečim orjakinjam

ki je v sredici, se lahko pri zelo visokih temperaturah sto milijonov stopinj zliva naprej v ogljik. Vendar je energija, ki se pri tem sprosti, dobrih desetkrat manjša kot energija pri zlivanju vodika. Zvezda v tem razdobju zelo močno sveti, tako da zadostuje zaloga helija le za nekaj milijonov ali deset milijonov let. Končno zvezda popolnoma izčrpa svoje energijske zaloge, tako da se mora neizogibno krčiti in segrevati. Vprašanje je, do kolikšne gostote se skrči.

Bele pritlikavke. Kako zvezda konča, je odvisno predvsem od mase, ki ostane v jedru rdeče orjakinje. Če je masa jedra manjša kot približno 1,4 mase Sonca, se jedro orjakinje krči, dokler ne doseže približne velikosti Zemlje in se snov ne zgosti do gostote dobrih 10^6 g/cm^3. Zveza $W_n = -\frac{1}{2} W_p$, ki je do sedaj skrbela za stabilnost zvezde in uravnavala njen razvoj, postaja bolj in bolj neveljavna. Delci v snovi, predvsem elektroni, so tako blizu drug drugemu, da delujejo med njimi močne kvantnomehanične odbojne sile. Snov v zvezdi se ne obnaša več kot idealni plin, kot se je vse doslej, ampak kot *degeneriran Fermijev plin elektronov.** Zaradi tega postaja člen $\sum \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{r}_i$ v enačbi (5) vse pomembnejši in končno pri uravnavanju krčenja zvezde prevlada nad notranjo energijo. Tlak degeneriranega plina je skoraj neodvisen od temperature plina. Veča se samo z naraščajočo gostoto. Zato lahko ustavi krčenje, ne glede na to, da se zvezda še naprej ohlaja.



Sl. 8. Planetarna meglica M 57 v ozvezdju Lire. Integrirana magnituda je 9,3 in je vidna le z večjim daljnogledom



Sl. 9. Planetarna meglica NGC 7293 v ozvezdju Vodnarja. To je najsvetlejša planetarna meglica. Integrirana magnituda je 5.5, magnituda centralne zvezde pa 13.3

Kaj pa se dogaja medtem z ovojnico rdeče orjakinje? Ta se med krčenjem jedra bolj in bolj razpenja in hladi. Ko pade temperatura pod kakih 1000 K, se elektroni rekombinirajo z ioni in pri tem sevajo. Nastala svetloba ovojnico še bolj razpihne in jo osvetli, da zažari. Tako nastane *planetarna meglica* (sl. 8 in 9). V središču slik se dobro vidi preostalo gosto in vroče jedro, ki bo ostalo tam še dolgo potem, ko se bo meglica razpršila in ugasnila. Ta majhna vroča zvezdica spada med bele pritlikavke. Izčrpala je vse zaloge energije in sveti samo zato, ker je vroča še od prej. V mnogih milijonih let se bo ohladila in ostala v vesolju kot mrzla in neopazna masa.

Nevtronske zvezde. Drugače se godi z jedrom rdeče orjakinje, če je njegova masa večja kot približno 1.4 mase Sonca. Tlak elektronov ne more premagati tlaka zaradi gravitacijske energije ($W_p \sim -GM^2/R$), ker se radij zvezde prehitro manjša. Elektroni so tako močno stisnjeni, da se začno raztapljati v protonih

$$e^- + p \rightarrow n + \nu_e$$

---

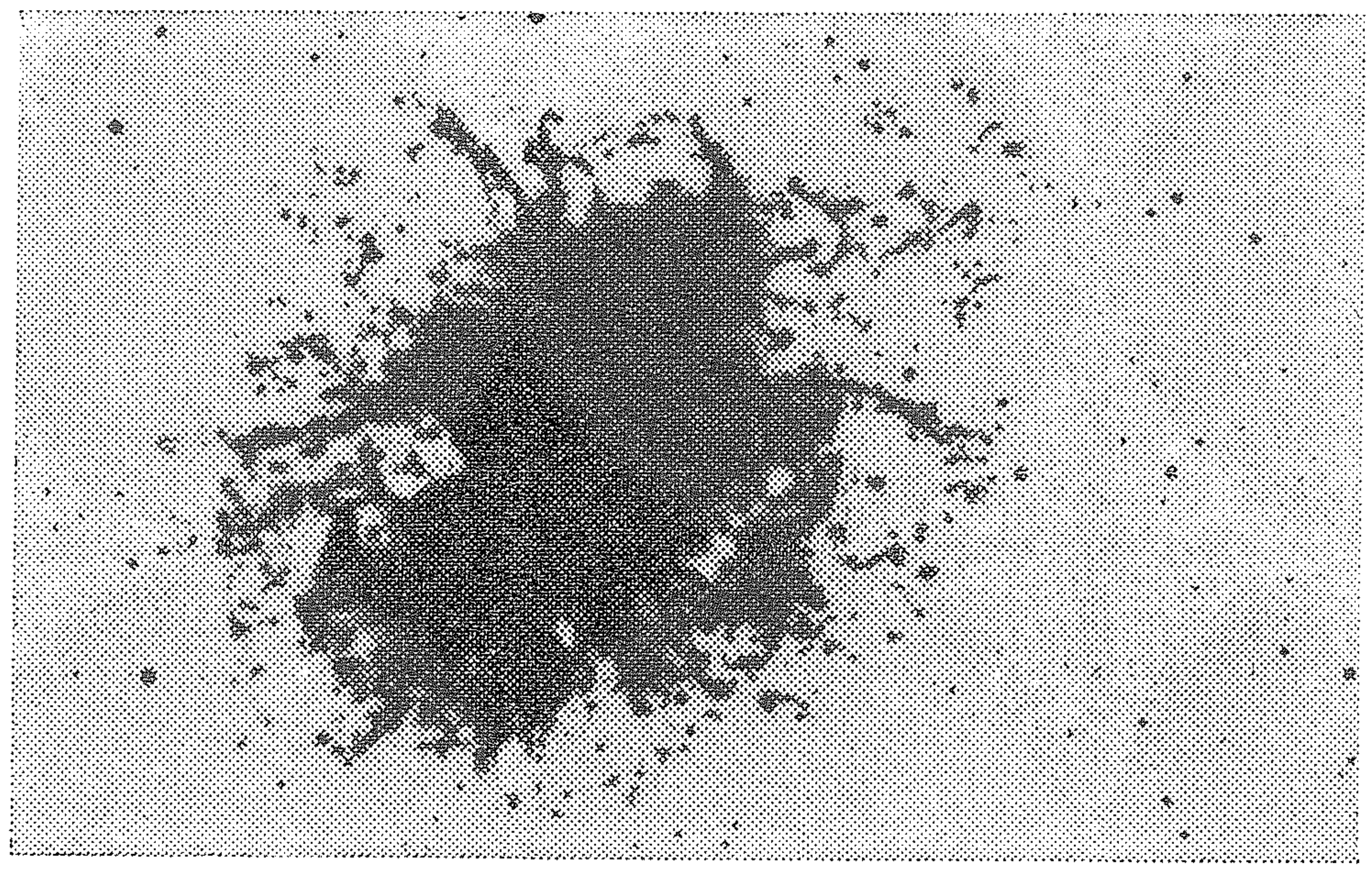
* Degeneriran Fermijev plin poznamo pri elektronih v kovinah. Ta plin daje kovinam njihovo trdnost. Povedati pa je treba, da je plin elektronov v kovinah degeneriran, ker kristalna zgradba ionov močno omejuje elektronom dostopna stanja. Zato se med njimi pojavijo omenjene kvantnomehanične sile. Če z dovajanjem energije porušimo kristalno zgradbo ionov (s segretjem nad vrelišče), se porušijo tudi omejitve in kovina se obnaša kot idealni plin.

To je obratna reakcija razpada β prostih nevtronov z razpadnim časom 13 minut. Tlak elektronov je zato vse manjši in zvezda se vse hitreje krči. Pri tolikšnih gostotah je hitrost krčenja katastrofalna. Radij jedra se verjetno v nekaj minutah zmanjša od nekaj tisoč na nekaj deset kilometrov. Pri tem se seveda sprosti ogromna energija:

$$\Delta W = GM^2(1/R_k - 1/R_z) \approx 10^{46}\ \mathrm{J}$$

Ta energija, ki bi jo Sonce izsevalo v sto milijardah let, zadostuje, da odpihne ovojnico in del jedra zvezde. Taka eksplozija je najveličastnejši astronomski pojav — *supernova*. Zvezda pri tem za dober mesec dni zasveti kot milijarde Sonc ali kot vsa galaksija.

Supernova je redek pojav. Računajo, da eksplodira v naši Galaksiji v povprečju le ena supernova na stoletje. Zadnjo je videl Kepler 1604, 32 let prej jo je videl Tycho Brahe. Najbolj pa so raziskani ostanki supernove, ki so jo 1054 opazovali kitajski astronomi. To je *Rakova meglica* v ozvezdju Bika (sl. 10). Danes lahko opazujejo astronomi eksplozije supernov v drugih galaksijah in prav od teh opazovanj imamo največ merskih podatkov o njih.



Sl. 10. Rakova meglica M 1 v ozvezdju Bika. Integrirana magnituda je 8,4

Od ostankov eksplozije supernove sta zanimivi tako ovojnica kot preostalo jedro. V ovojnici, ki se z veliko hitrostjo širi navzven, je znaten del mase zvezde. Med temi plini je še vedno veliko vodika, ki se ni mogel zliti na prejšnjih razvojnih stopnjah zvezde, nekaj helija pa še dober odstotek elementov, ki so težji od ogljika. Brez teh elementov ne bi moglo biti planeta z življenjem, kakršna je Zemlja. Računi kažejo, da lahko nastanejo težki elementi le pri eksplozijah supernov, kajti le tedaj sta temperatura in gostota dovolj veliki. Tako kaže, da je tudi naš sončni sistem nastal iz ostankov supernove, ki je eksplodirala pred več kot petimi milijardami let.

Gosto jedro, ki preostane po eksploziji supernove, sestavljajo v glavnem nevtroni. Tudi ti lahko — podobno kot elektroni pri belih pritlikavkah — sestavljajo degeneriran Fermijev plin, ki s svojim tlakom zadrži zvezdo, da se dalje ne seseda. Taka *nevtronska zvezda* je dokaj nenavadna. Masa, nekaj večja od mase Sonca, je stisnjena v kroglo z radijem dobrih deset kilometrov, tako da meri gostota snovi okrog 10^{12} g/cm^3. Nevtronske zvezde imajo zelo gosto magnetno polje — z gostoto okrog 10^7 T — in se zelo hitro vrte okrog svoje osi — s frekvenco do 33 s^{-1}.

Obe lastnosti sta posledici ohranitvenih zakonov. Magnetno polje je gosto, ker se ohrani magnetni pretok skozi zvezdo.* Razmeroma šibko magnetno polje, ki ga ima vsaka normalna zvezda, tudi Sonce, se zgosti, ko se zvezda skrči. Hitro vrtenje pa je posledica ohranitve vrtilne količine. Skoraj vsaka normalna zvezda se počasi vrti okrog svoje osi — Sonce se

* Magnetni pretok se ohrani, ker zvezdna snov razmeroma dobro prevaja električni tok.

npr. zavrti približno enkrat v tridesetih dnevih. Ko se zvezda krči v nevtronsko zvezdo, se zgodi z njo podobno kot z drsalcem, ki krči roke: vrti se vse hitreje.

Astronomi prepoznajo nevtronske zvezde po periodičnih sunkih radijskih valov ali celo vidne svetlobe, ki jih te oddajajo. Zato jim rečemo tudi *pulzarji*. Elektromagnetno valovanje nastane v ioniziranih plinih v okolici, ki se ne morejo vrteti z isto kotno hitrostjo kot nevtronska zvezda, ker bi sicer presegli hitrost svetlobe. Magnetna pola nevtronske zvezde ne ležita na osi vrtenja. Zato se magnetno polje v plazmi ob magnetnih polih močno spreminja in s časom inducira visoko napetost. Ta napetost pospešuje elektrone, katerih usmerjeno sinhrotonsko sevanje zaznamo v obliki radijskih sunkov.

Črne luknje. Degeneriran Fermijev plin elektronov ne more preprečiti krčenja dovolj težkih belih pritlikavk in nastanejo nevtronske zvezde. Podobno degeneriran Fermijev plin nevtronov ne more preprečiti krčenja nevtronskih zvezd z večjo maso nekako od dveh mas Sonca. Jedro take zvezde se krči brez konca in nastane *črna luknja*.

Gravitacijski pospešek na površini zvezde, ki se tako krči, se veča in veča, snov na površini pa je bolj in bolj gravitacijsko vezana. Splošna teorija relativnosti pove, da velja to tudi za fotone. Gravitacijska vezavna energija delca z maso m v oddaljenosti r od mase M je $W_p = -GMm/r$. Foton nima lastne mase, pač pa mu lahko po Einsteinovi enačbi $W = mc^2$ pripišemo »kinetično maso« $W/c^2 = h\nu/c^2$. Napoved splošne teorije relativnosti lahko približno opišemo z ohranitvenim zakonom za polno energijo fotona

$$h\nu - h\nu(GM/rc^2) = \text{konst.}$$

obravnava v okviru splošne teorije relativnosti pa da

$$h\nu\,[1 - (GM/rc^2) - \tfrac{1}{2}\,(GM/rc^2)^2 - \tfrac{3}{2}\,(GM/rc^2)^3 - \ldots] = h\nu\,(1 - 2GM/rc^2)^{1/2} = \text{konst.}$$

Energija fotona v oddaljenosti

$$r^* = 2GM/c^2$$

od mase M, je enaka nič ne glede na frekvenco. To pomeni, da s te oddaljenosti in manjših ne more uiti noben foton, še manj delec. Površina zvezde, ki se skrči pod radij r^*, je za nas nevidna; od zvezde preostane le gravitacijsko polje, ki je do radija r^* tako močno, da veže tudi fotone. r^* imenujemo *Schwarzschildov radij* po K. Schwarzschildu, ki je prvi našel rešitev za črne luknje v splošni teoriji relativnosti. Ta radij definira *površino črne luknje*. Če bi bilo Sonce črna luknja, bi imelo radij 1,5 km. Nevtronska zvezda z radijem okoli deset kilometrov je že prav blizu črne luknje. Težko si je zamisliti bolj eksotično telo, kot je črna luknja. Navadno se človek vpraša, kaj se dogaja s snovjo, ko gre skozi površino črne luknje in se še naprej krči. Vemo, da začno naraščati tako imenovane plimske sile. Če bi človek padel z nogami navzdol v črno luknjo, bi njegove noge mnogo močneje vleklo vanjo kot glavo in bi ga kmalu raztrgalo. Po teoriji se krčenje še nadaljuje in narašča gostota preko vsake meje. Prostor ima tam singularnost. Kako blizu resnice je ta odgovor, za zdaj ne moremo reči, saj gre za razmere, ki so nam na Zemlji popolnoma tuje. Zagotovo pa — če le velja splošna teorija relativnosti ali kakšna podobna teorija gravitacije — zunanji opazovalec ne bo mogel nikdar dobiti podatkov o tem, kaj se dogaja v črni luknji.

LITERATURA

[1] R. Jastrow, M. H. Thompson, *Astronomy: Fundamentals and Frontiers*, Wiley, New York, 1972.

[2] F. Hoyle, *Astronomy and Cosmology*, Freeman, San Francisco, 1975.

[3] Smith, Jacobs, *Introductory Astronomy and Astrophysics*, W. B. Saunders, 1973.

[4] *Proceedings of the First European Meeting*, Athens, September 4—9, 1972, Vol. 2, *Stars and the Milky Way System*.

[5] J. P. Cox, R. T. Giuli, *Principles of Stellar Structure*, Vol. 2, Gordon and Breach, New York, 1968.

RADIJSKO SEVANJE SONCA

VLADIMIR ČADEŽ

UDK 523.7.035

Opisane so značilnosti radijskega sevanja Sonca. S preprosto fizikalno sliko je pojasnjen nastanek nekaterih vrst sevanja.

SOLAR RADIOEMISSION

Characteristics of solar radiospectra are described. Occurence of certain spectral types is explained in simple physical terms.

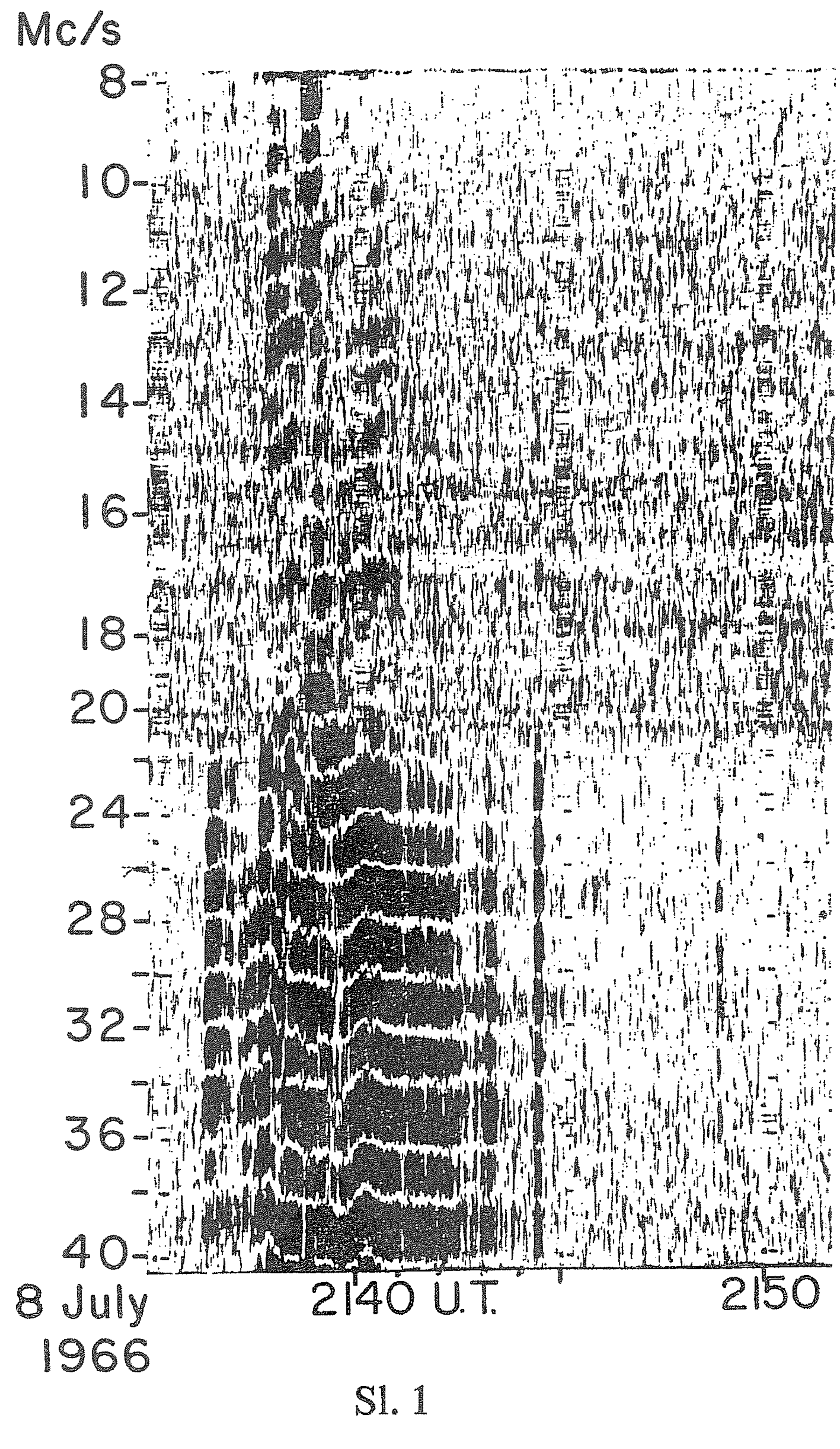
Uvod

Najbližja zvezda — Sonce — izdatno seva elektromagnetno valovanje z valovnimi dolžinami, večjimi od nekaj centimetrov. Včasih zaznamo to valovanje kot motnje ali šum že z običajnimi radijskimi sprejemniki. To sevanje so odkrili šele med drugo svetovno vojno s prvimi radarji, ki so imeli dovolj usmerjene antene.

1942 so ugotovili, da je sončno sevanje na metrskem območju povezano z nastankom sončnih peg. Skoraj istočasno so odkrili stalno sevanje Sonca s spektrom črnega telesa na centimetrskem območju. Podatke o teh opazovanjih so zaradi vojne objavili šele 1944. Že v prvih povojnih letih pa je postala radijska astronomija Sonca pomembna znanstvena panoga, ki se še danes naglo razvija. Njeni problemi zanimajo astrofizike in poleg njih tudi strokovnjake, ki se ukvarjajo s fiziko ionizirane snovi v magnetnem polju ali proučujejo vpliv Sonca na pojave na Zemlji. Podatki o radijskem sevanju Sonca so posebno pomembni pri vesoljskih poletih s človeško posadko.

Radijsko sevanje Sonca zaznavajo z radijskimi teleskopi z eno samo anteno ali s sistemom občutljivih anten, ki sprejemajo signale le iz sorazmerno majhnega prostorskega kota. Sprejete signale ojačijo in analizirajo z raznimi elektronskimi napravami. Ponavadi proučujejo časovno odvisnost spektrov.

Sl. 1 kaže tipični sončni radijski spekter, posnet z dvema paraboličnima antenama. Na ordinatno os so nanašali frekvenco, na abscisno os čas, počrnitev polja pa je sirazmerna z gostoto energijskega toka na danem frekvenčnem območju.



Sl. 1

Za tovrstne spektrograme so značilne interferenčne črte (bele proge na sliki). Nastanejo pri frekvencah, za katere je razlika poti od izvira do prve in do druge antene enaka polovičnemu večkratniku valovne dolžine. Tedaj sta signala na obeh antenah v nasprotni fazi in se uničita. Iz časovnih premikov interferenčnih črt lahko zato sklepamo na gibanje aktivnih centrov na Soncu.

Vrste radijskih spektrov

Radijsko sevanje Sonca ima tri osnovne komponente. Prva je stalna in izvira iz mirnega (neaktivnega) Sonca. Druga izvira iz svetlejših področij, tretja pa je v zvezi s prehodnimi in kratkotrajnimi pojavi — blišči.

Prvi komponenti ustreza del spektra črnega telesa. Meritve te komponente so potrdile napovedi optičnih opazovanj o visoki temperaturi (nekaj milijonov stopinj) sončne korone, poleg tega pa so dale porazdelitev gostote elektronov v koroni.

Tudi drugi — počasni komponenti — ustreza spekter črnega telesa, vendar ne Sonca kot celote, ampak manjših, veliko gostejših, a približno enako vročih delov korone — kondenzacij. Te se pojavljajo v koroni nad aktivnimi področji, kot so sončne pege ali bakle. Njihov skupni izsev je odvisen od števila peg in se polagoma spreminja, kot izginjajo stare pege in nastajajo nove.

Tretja komponenta je najzanimivejša. Povzročajo jo izbruhi, ki so v glavnem povezani z blišči. Do njih pride na različnih višinah od nižjih delov kromosfere (od tam izvirajo milimetrski in centimetrski valovi) do zunanje korone na razdalji nekaj sončnih polmerov (od tam izvirajo metrski in daljši valovi). Sevanje tretje komponente povzročajo plazemski valovi v koroni in hitri elektroni, ki ciklotronsko ali sinhrotronsko sevajo, ko se pospešujejo v magnetnem polju Sonca.*

Radijski izbruhi na Soncu

Izbruhe razvrstimo po značilnih valovnih dolžinah ter spektralnih in časovnih karakteristikah na več tipov. Najbolj zapleteni so izbruhi na metrskem in dekametrskem območju; štejemo jih med tipe I, II, III, IV, V. Te izbruhe si oglejmo nekoliko podrobneje. Izbruhe

---

* Plazemski valovi nastanejo v ionizirani snovi, če se v delu prostornine razmakneta težišči pozitivnega in negativnega naboja. Vzemimo plazmo v prizmi s presekom S in dolžino l, v katerem so enakomerno porazdeljeni pozitivni naboji (gostota ne) in negativni naboji (gostota $-ne$). Če razmaknemo težišči nabojev za Δ, se pojavita na osnovnih ploskvah presežka naboja $neS\Delta$ na eni strani in $-neS\Delta$ na drugi strani, ki ustvarita v prizmi električno polje z jakostjo $neS\Delta/\varepsilon_0$. To polje deluje na vse naboje v prizmi s silo $F = (neSl)\cdot(neS\Delta/\varepsilon_0)$, ki hoče težišči zopet združiti in pospešuje naboje. Po Newtonovem zakonu je zato

$$(neSl)\cdot(neS\Delta/\varepsilon_0) = -nmSld^2\Delta/dt^2$$

m je masa nosilca naboja, to je elektrona. Iz enačbe sledi, da razmik med težiščema nabojev niha s plazemsko krožno frekvenco

$$\omega_p = (ne^2/\varepsilon_0 m)^{1/2}$$

Ta je sorazmerna s kvadratnim korenom gostote nabojev v plazmi. Pri gostoti nabojev 10^{10} cm^{-3} meri frekvenca $\nu_p = \omega_p/2\pi = 9{,}0\cdot 10^6$ s^{-1}.

Ciklotronsko in sinhrotronsko sevanje nastaneta, če elektron kroži v magnetnem polju. Nabit delec kroži v prečnem homogenem polju z gostoto B s ciklotronsko kotno hitrostjo

$$\omega_c = (e/m\gamma)B$$

Vpeljali smo relativistični faktor $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{1/2}$, če je v hitrost delca. Radij kroga je $r = v/\omega_c$. Pospešeno se gibajoči delci sevajo elektromagnetne valove, katerih frekvenca je enaka ciklotronski frekvenci in celim mnogokratnikom te frekvence. Počasni delci sevajo le valovanje s ciklotronsko frekvenco; energija, ki se izseva z mnogokratniki te frekvence, je zanemarljiva. To je ciklotronsko sevanje. Pri večjih hitrostih delcev so višji mnogokratniki ciklotronske frekvence bolj in bolj poudarjeni. Pri zelo velikih hitrostih pa je visokofrekvenčno sevanje že tako izdatno, da se zdi spekter (pri nekaj sto ali tisočkratni ciklotronski frekvenci) zvezen in se sevanje imenuje sinhrotronsko.

tipa I pogosto opazijo pri metrskih valovih. Njihova posebnost je kratkotrajnost (le nekaj delov sekunde) in ostro določena frekvenca. Ob povečani sončni dejavnosti se izbruhi te vrste pojavljajo po več stokrat na uro v nepremičnih področjih nad sončnimi pegami z močnim magnetnim poljem. Pojasnimo jih z modelom, ki privzame, da pride v aktivnih centrih do plazemskih valov. Ti oddajo del svoje energije v obliki elektromagnetnih valov s plazemsko frekvenco ν_p. Plazemski valovi lahko nastanejo, če se po plazmi gibljejo snopi hitrih elektronov, ki povzročijo, da postane plazma nestabilna in začne nihati s karakteristično plazemsko frekvenco. Snope hitrih elektronov pričakujemo nad sončnimi blišči. Od tam se namreč razširjajo močni udarni valovi (podobno kot udarni valovi na Zemlji, ki prihajajo od zelo močnih eksplozij). Na področju, kjer trčita udarna valova, se naboji ločijo in nastanejo snopi hitrih elektronov, ki vzbude plazemske valove.

Opisani model dobro pojasni osnovne karakteristike izbruhov tipa I. Izbruh traja le kratek čas, ker je srečanje udarnih valov zelo kratkotrajno. Frekvenca izbruha je ostro določena, ker je srečanje omejeno na majhno prostornino. V njej je gostota plazme približno konstantna, z njo pa tudi plazemska frekvenca (ν_p). Tako je mogoče po tej frekvenci sklepati na gostoto plazme v sončni koroni.

Izbruhi tipa II so redkejši kot izbruhi tipa I. Pojavijo se nekaj minut po močnejšem blišču, trajajo pa okrog 10 minut. Frekvenca sevanja je ob vsakem trenutku razmeroma dobro definirana, ni pa stalna: s časom pada od višjih vrednosti proti nižjim.

Glede na naravo teh izbruhov velja prepričanje, da gre za plazemske oscilacije, ki nastajajo v udarnem valu. Frekvenca sevanja pada s časom, ker potuje udarni val od gostejših plasti na površini Sonca proti redkejšim plastem v zunanji koroni.

Meritve tovrstnih izbruhov dajejo dragocene podatke o porazdelitvi gostote v sončni koroni in o hitrosti udarnih virov, ki meri okrog 500 km/s. Te napovedi se dobro ujemajo s teoretičnimi modeli sončne atmosfere.

Izbruhe tipa III pogosto zaznamo na metrskem območju. Zanje je značilno, da trajajo razmeroma kratek čas (10—50 sekund), frekvenca sevanja pa se hitro spreminja. Verjetno jih povzročajo curki hitrih elektronov s hitrostjo okrog 10^5 km/s, ki se gibljejo od aktivnih področij proti višjim plastem v koroni. Podobno kot pri izbruhih tipa I povzročajo ti curki na svoji poti plazemsko nihanje. Njihova frekvenca — in s tem frekvenca sevanja — je sorazmerna s kvadratnim korenom gostote nabojev. To pojasni hitro spreminjanje frekvence pri teh izbruhih.

Odločilno za izbruhe tipa IV je ciklotronsko sevanje hitrih elektronov, ki se ujamejo v magnetno polje nad aktivnimi področji. Ti izbruhi trajajo zelo dolgo, tudi po nekaj dni, in so precej zamotani. Sevanje ima zvezen spekter z valovnimi dolžinami na območju od centimetrov do metrov. Izbruhi tipa IV se vedno pojavijo takoj po močnejšem blišču, največkrat skupaj z izbruhi tipa II.

Izbruhi tipa V imajo zvezen spekter na širokem območju valovnih dolžin z vrhom pri metrskih valovnih dolžinah. Trajajo od pol minute do 3 minute in se pojavljajo po izbruhih tipa III. Prevladuje mnenje, da jih povzročajo hitri elektroni, kakršni povzročajo izbruhe tipa III, če se ujamejo v magnetno polje, podobno kot pri tipu IV. Za razliko od tipa IV pa je v tem primeru polje mnogo bolj odvisno od kraja in močno omeji gibanje elektronov.

Opazovanje radijskega sevanja Sonca, ki smo ga v glavnih potezah okvirno opisali, je dalo skupaj z optičnimi opazovanji dragocene podatke o Soncu. Raziskovanje radijskega sevanja Sonca pa ima še poseben pomen: odkriva naravo številnih fizikalnih pojavov v popolnoma ionizirani plazmi.

Obzornik mat. fiz. **24** (1977) 4

NAJNOVEJŠA SPOZNANJA O FIZIKI PLANETOV OSONČJA

FRAN DOMINKO

UDK 523.4

Članek obravnava sodobne opazovalne metode. Opiše zanesljivo določitev fizikalnih parametrov planetnih atmosfer z vesoljskimi sondami. Dotakne se zgradbe Zemljine magnetosfere in zgradbe magnetosfere Jupitra, kot so ju ugotovili s sondama Pionir 10 in 11. Na kratko obdela tudi magnetizem drugih planetov. Nadalje omeni še starostno skalo delov Lune, trikratno srečanje sonde Marinerja 10 in Merkurja in ugotovitve sovjetskih sond o zgradbi Venerine atmosfere. Nazadnje navede rezultate raziskav Marsa s sondami Mariner 9 in Viking 1 in 2.

SOME LATEST RESULTS ON THE PHYSICS OF PLANETS

In this article new observational methods are discussed. The reliable determination of physical parameters in planetary atmospheres by spacecrafts is described. The Earth magnetosphere and the magnetosphere of Jupiter as seen by spacecrafts Pioneer 10 and 11 are considered. Magnetism of other planets is briefly mentioned. Further, the absolute age scale of formations on the Moon, the three meetings of Mariner 10 with Mercury and the structure of the atmosphere of Venus as revealed by Soviet spacecrafts Venera 9 and 10 are touched upon. Finally, observational results of Mars by Mariner 9 and Viking 1 and 2 are quoted.

Opazovalne metode

Poznavanje planetov se je močno poglobilo predvsem zaradi splošnega napredka naravoslovnih znanosti in tehnike. Pri opazovanjih z Zemlje so vpeljali nove postopke in občutljive aparature, ki izkoriščajo elektroniko, občutljivo fotografijo z visoko ločljivostjo (tudi na območju infrardečega sevanja), in velike optične daljnoglede, ki so specializirani za posebna območja v spektru. Poleg tega so z merjenjem radijskega sevanja prodrli navzdol do valovne dolžine 1 mm. Na drugi strani nudi razvoj teoretske fizike prodornejše metode v analizi in pojamjevanju izsledkov. V naslednjem si bomo ogledali najpomembnejše metode za proučevanje planetov.

Pri *radiolokacijski metodi* odpošljemo z Zemlje radijski signal določene frekvence. Signal se odbije od planeta in se vrne do sprejemne postaje. Čas njegovega potovanja je mera za oddaljenost planeta, sprememba frekvence pa daje relativno hitrost gibanja planeta. Položaj planeta je tako določen z natančnostjo, ki je mnogo večja, kot jo dajo astronomske efemeride. Tako so izboljšali zanesljivost astronomskih konstant, ki so osnova efemerid. Astronomska enota, to je srednja razdalja Zemlje od Sonca, je danes znana z relativno nezanesljivostjo $1 : 10^8$. V astronavtski operativi uporablja Ameriška nacionalna uprava za vesolje (NASA) vrednost 149 597 871 km.

Inačica postopka je *radarska metoda*: radarski signal otipa površje planeta tudi, če je zakrito z oblaki, ki ne prepuščajo vidne svetlobe.

Možnosti, ki jih daje astronavtika, razčlenimo takole:

Raketa dvigne *sondo*, ki je opremljena z merilno aparaturo z napravo za kodiranje meritev in telemetrijo, ter ji da tolikšno hitrost, da postane umetni satelit Zemlje. Aparatura lahko zazna elektromagnetno valovanje s katerokoli valovno dolžino. Na Zemlji to ni mogoče, kajti atmosfera prepušča le vidno svetlobo med mejama 2900 Å in okoli 10 000 Å ter radijske valove med mejama 1 mm in 40 do 60 m. Umetni sateliti omogočajo take meritve tudi na ultravijoličnem, na vsem infrardečem in na rentgenskem območju.

Če da raketa sondi ubežno hitrost, gre ta lahko mimo planeta, ga iz neposredne bližine snema in opravlja druge meritve. S primernim manevriranjem lahko postane sonda trajni satelit planeta in za daljši čas spremlja dogajanja na njem.

Če je *matična sonda*, ki kroži okrog planeta, primerno opremljena, spusti manjšo *pristajalno ladjico* na površje planeta. Ta potem opravlja meritve »in situ« (na mestu).

Prednost *vesoljskih ladij s človeško posadko* vrste Spacelab in Saljut je v tem, da omogočijo tudi opazovanja, ki niso programirana; posadka se po lastni presoji lahko odloči in reagira na nepričakovane pojave.

Na poti k planetu posreduje sonda vrednosti fizikalnih parametrov v medplanetarnem prostoru. Med kroženjem okrog planeta jo zakrije njegova atmosfera: tedaj spremembe v sprejetem signalu posredujejo podatke o stanju te atmosfere.

V naslednjem si oglejmo nekatere izsledke iz fizike planetov.

Temperatura planetov

Da bomo videli, kako sončna svetloba določa površinsko temperaturo, privzemimo preprost primer: črn planet, ki nima atmosfere in se ne vrti. Izsev Sonca je $4\pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4$ ($R_\odot = 7 \cdot 10^5$ km, $T_\odot = 5780$ K). V razdalji planeta r je gostota svetlobnega toka $j = (R_\odot/r)^2 \sigma T_\odot^4$. Del površine planeta, ki je pravokoten na smer vpadne svetlobe, ima v stacionarnem stanju temperaturo T_s (indeks s označuje *subsolarno točko*) in seva svetlobni tok z gostoto σT_s^4. Ko izenačimo oba izraza, dobimo $T_s = (R/r)^{1/2} T_\odot$. To je stacionarna temperatura črne površine na planetu, ki ima Sonce v svojem zenitu. Hkrati je to najvišja temperatura, ki bi jo lahko imel gol planet. Za Venero dobimo na primer $T_s = 464$ K. Vrednosti za druge planete podaja prvi stolpec preglednice 1.

Za hitro se vrteče planete upoštevamo, da je presek planeta $\pi\rho^2$ (ρ je radij planeta), ki absorbira energijski tok $\pi\rho^2 j$. Planet z zelo veliko toplotno prevodnostjo doseže v stacionarnem stanju temperaturo $T_č$ in seva energijski tok $4\pi\rho^2\sigma T_č^4$. Zaradi dodatnega faktorja 4 je $T_č = 2^{-1/2} \cdot T_\odot (R/r)^{1/2}$. Za Venero dobimo na primer $T_č = 325$ K. Vrednosti za druge planete podaja drugi stolpec preglednice 1.

Iz Wienovega zakona $\lambda_0 T = A$ (pri tem je $A = 2898$ μmK) sledi pri temperaturi $T_č = 290$ K valovna dolžina $\lambda_0 = 10$ μm. To valovno dolžino so poskušali izmeriti v infrardečem sevanju planetov, potem ko so s primernimi optičnimi filtri (voda, steklo, kristal NaCl) odstranili odbito sončno svetlobo. Pri Luni, ki nima atmosfere, so ugotovili, da niha temperatura s sinodsko dobo 29,3 dneva med 120 K (mlaj) in 390 K (ščip).

Spektralno gostoto energijskega toka, ki ga seva črno telo v območju radijskih valov ($h\nu \ll kT$), podaja Jeans-Rayleighov približek Planckovega zakona $dj/d\nu = 2\pi\nu^2 kT/c^2$. Meritve pri valovni dolžini 10 cm so pokazale, da je ustrezna temperatura Lune stalna in meri 235 K. To sevanje namreč izhaja iz globljih plasti, ki ne sledijo mesečnim spremembam sončnega obsevanja.

Pri planetih z atmosfero prihajajo posamezne valovne dolžine iz različnih plasti. Iz rezultatov je težko izračunati temperaturo tal, ker bi morali poznati kemijsko zgradbo in porazdelitev fizikalnih parametrov v atmosferi. Tretji stolpec preglednice 1 podaja intervale izmerjenih temperatur na vidnem in infrardečem območju (ne glede na razlike v sončnem obsevanju zaradi vrtenja planeta ter morebitne mene letnih časov na njem). V četrtem stolpcu pa so temperature, izpeljane iz meritev na radijskem območju (v oklepaju je navedena uporabljena valovna dolžina v cm). Za Venero so na primer ugotovili na infrardečem območju od 8 μm do 14 μm temperaturo med 220 K in 235 K, na radijskem območju pri 10 cm pa temperaturo okoli 600 K. Sovjetski sondi Venera 9 in 10, ki sta leta 1975 pristali na Veneri, sta potrdili, da je temperatura ob njenih tleh 750 K = 477 °C. Omenjena temperatura 230 K pa se nanaša na vrhnjo plast oblakov, ki je neprepustna za infrardečo svetlobo vse do valovne dolžine 1 μm. Meritve na mestu z vesoljskimi sondami so zares potrebne. Planeti namreč niso idealni sevalci in zato večkrat ne vemo, na kaj se nanaša na daljavo izmerjena temperatura.

Preglednica 1. Temperature planetov [1]

Telo	T_s	$T_č$	Opazovane temperature na optičnem in infrardečem območju	Opazovane temperature na radijskem območju
Merkur	633 K	445 K	100 do 700 K	330 (10) do 270 K (0,5)
Venera	464	325	220 do 330	600 (10) do 450 (0,3)
Zemlja	394	277	250 do 300	
Mars	320	255	210 do 300	200 (na vseh)
Luna	394	277	120 do 390	220 (na vseh)
Jupiter	173	122	110 do 150	10^3(100) do 140 (0,2)
Saturn	128	90	95	280 (20) do 130 (1)
Uran	90	63	(130 do 220)	150 (na vseh)
Neptun	71	50	(180)	120 (na vseh)

Opomba: »na vseh« pomeni »ne glede na valovno dolžino«.

Od površinske temperature in mase planeta je odvisno, ali na njem lahko obstaja atmosfera. V prvem približku obravnavamo atmosfero planeta kot idealen plin iz molekul z maso m. Planet bo zadržal samo molekule s hitrostjo, manjšo od ubežne hitrosti $v_u = (2GM/R)^{1/2}$, če je M masa in R radij planeta. Povprečna kinetična energija molekule pri temperaturi T je $\frac{1}{2} m v_e^2 = 3kT$. Ustrezna efektivna hitrost v_e je $v_e = (3kT/m)^{1/2}$. Toda po Maxwellovi porazdelitvi so v plinu tudi molekule z večjo hitrostjo. Hitrost v_e mora biti vsaj desetkrat manjša od hitrosti v_u, če naj planet zadrži atmosfero milijardo let. Iz tega sledi za temperaturo atmosfere zahteva $T < 2GMm/300kR$. Na osnovi podatkov za temperaturo $T_č$ iz preglednice 1 razumemo, zakaj so vsi veliki planeti zadržali celo vodik in helij, zakaj sta ju Zemlja in Venera izgubili, zakaj je Mars zadržal kisik, dušik in ogljikov dioksid, a Luna in Merkur sta ohranila samo najtežje žlahtne pline. Kriterij je premalo oster, da bi bil zanesljiv za satelite. Tako so na primer na Titanu ugotovili metan, čeprav ga po kriteriju ne bi mogel zadržati. Zanesljive odgovore na vprašanja o sestavu, tlaku in temperaturi planetnih atmosfer dajo lahko le meritve na mestu s pristajalnimi ladjicami vesoljskih sond.

Magnetizem Zemlje in medplanetarnega prostora

Električni tokovi, ki povzročajo zemeljsko magnetno polje, tečejo večjidel (94%) po Zemljini notranjosti. Samo 6% prispevajo tokovi na površju Zemlje in v višjih plasteh atmosfere. V prvem približku moremo notranje polje opisati kot polje magnetnega dipola z momentom $6 \cdot 10^{21}$ Am^2. Os magnetnega dipola je proti vrtilni osi Zemlje nagnjena za kot 11,5° in gre mimo središča Zemlje v razdalji 435 km. Magnetno polje je torej nesimetrično. Južni magnetni pol je približno 1336 km daleč od geografskega severnega tečaja. Gostota magnetnega polja je ob polih 0,6 gauss, ob geomagnetnem ekvatorju pa 0,35 gauss.

Gostota magnetnega polja pada s kubom razdalje in je odvisna še od smeri proti ravnini geomagnetnega ekvatorja. Merjene vrednosti v posameznih točkah Zemljinega površja se razlikujejo od tistih, ki jih izračunamo iz navedenega dipolnega momenta. Resnično magnetno polje Zemlje je bolj komplicirano. Zadovoljiv formalen opis trenutnega permanentnega polja je podal Gauss. Fizikalno predstavo so poskušali dati E. C. Bullard in drugi z uvedbo osmih sekundarnih dipolov z manjšimi magnetnimi momenti ustreznih velikosti in usmeritev, ki so vsi razporejeni na četrtini Zemljinega radija od središča. Poleg tega je treba upoštevati še sekularne spremembe. Omenimo samo nekatere najpomembnejše. Moment glavnega dipola pade za 0,05% letno. Smer ničelne magnetne deklinacije se premakne proti zahodu za 18 km (0,16°) letno. Točka, v kateri prebije smer glavnega dipola površje Zemlje, se premakne glede na Zemljino vrtilno os za 0,05° letno v zemljepisni dolžini in za 0,02° letno v zemljepisni širini. V geološki preteklosti se je polje večkrat obrnilo in sicer s povprečno periodo $2 \cdot 10^5$ let. Hitrosti geomagnetnih sprememb so v srednjem milijonkrat večje od največjih znanih geofizikalnih premikov; ti imajo velikostno stopnjo nekaj centimetrov na leto.

Del prostora, do koder sega vpliv magnetnega polja Zemlje, je *magnetosfera*. Njene meje je treba natančneje definirati. Prej pa se moramo seznaniti z medplanetnim magnetnim poljem in s sončnim vetrom. Z vesoljskimi sondami so doslej raziskali del prostora ob ravnini ekliptike (ali ob ravnini Sončevega ekvatorja, ki oklepa z njo kot 7°). Ves ta prostor je napolnjen s tokovi sončne plazme (to je hitrih protonov in elektronov), ki izvirajo iz Sonca in se gibljejo proti robu Osončja. Gibanje plazme imenujemo sončni veter. Njegove povprečne karakteristike v razdalji Zemlje so: gostota protonov je okrog $n = 5\,\mathrm{cm}^{-3}$ in približno tolikšna je gostota elektronov; hitrost je 400 do 500 km/s, tako da je gostota toka okoli $3 \cdot 10^8\,\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$. Gostota kinetične energije povprečnega sončnega vetra je $w_k = \frac{1}{2}\,nmv^2 = 7 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J/m^3}$ (m je masa protona). V obdobjih okrepljene sončne dejavnosti, predvsem ob sončnih bliščih, dosežejo karakteristike sončnega vetra $n = 80\,\mathrm{cm}^{-3}$, $v = 900\,\mathrm{km/s}$, gostoto toka $10^{10}\,\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$.

Zunaj magnetosfere so vesoljske sonde odkrile medplanetarno magnetno polje z gostoto $B = 6\gamma$ ($1\gamma = 1$ gama $= 10^{-5}$ gauss) in gostoto magnetne energije $w_m = \frac{1}{2}B^2/\mu_0 = 1{,}4 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{J/m^3}$. Vidimo, da je gostota energija w_k okoli 50-krat tolikšna kot gostota energije w_m. Sončni veter potegne magnetne silnice s seboj, kot da bi bile v njem »zamrznjene«. V razdalji Merkurja je gostota polja 25γ, v razdalji Venere 12γ, Marsa 3γ, Jupitra $1{,}5\gamma$. Zaradi vrtenja Sonca (ob ekvatorju je tangencialna hitrost 2 km/s) se giblje sončni veter po Arhimedovi spirali, ki je ukrivljena v nasprotni smeri vrtenja — podobno, kot se ukrivi vodni curek iz vrtečega se razprševalca za namakanje. Pomembna je ugotovitev, da sestavljajo polje ob ravnini ekliptike odseki: v enem odseku so silnice usmerjene od Sonca, v sosednjem pa proti Soncu.

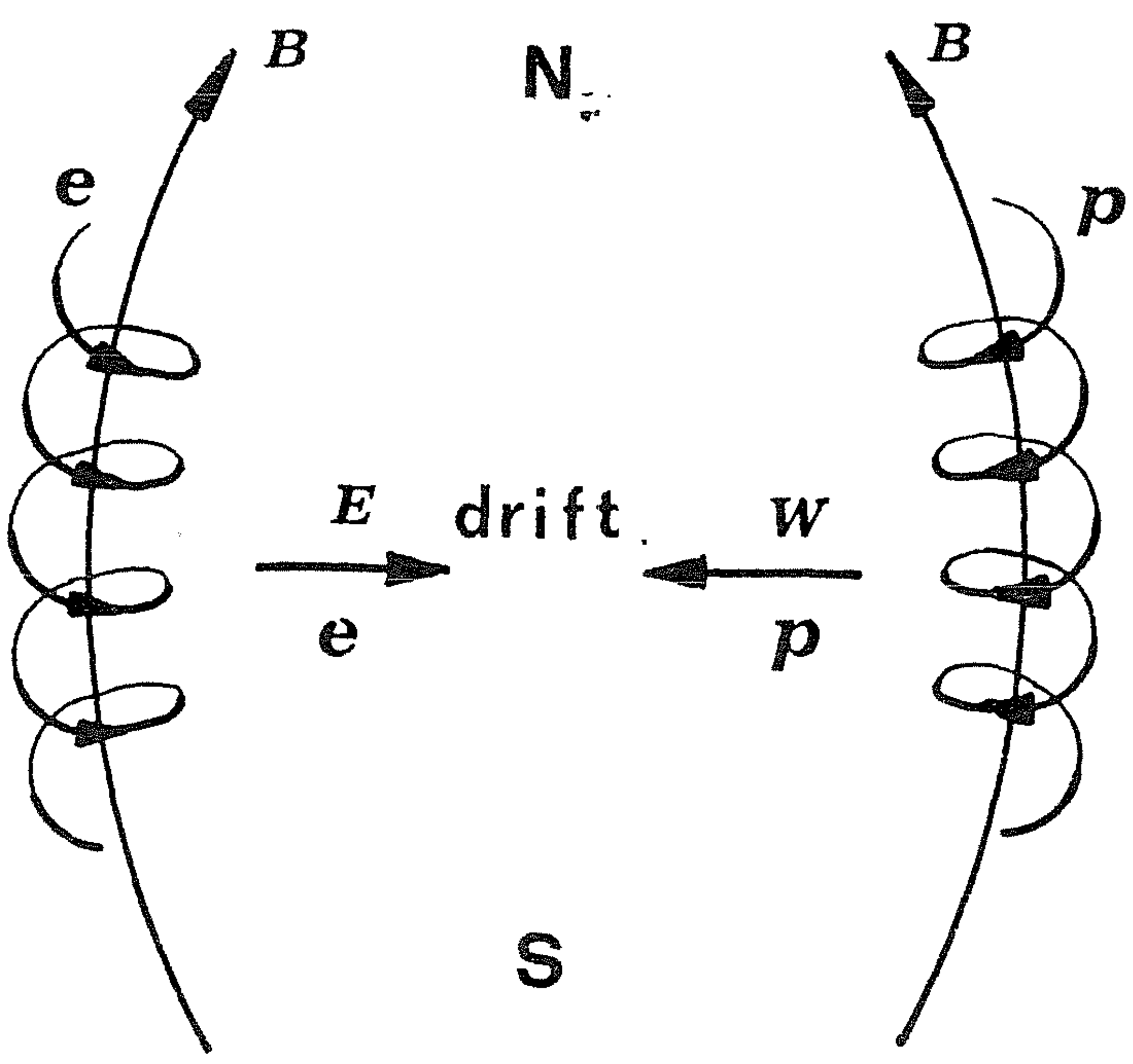
Od Sonca prihaja torej z nadzvočno hitrostjo (glede na zvok v plazmi) sončni veter in zadene magnetosfero Zemlje. Ta deluje nanj tako, da nastane valovno čelo. Hitrost delcev se tam zmanjša in postane neurejena, gostota magnetnega polja se zveča in temperatura plazme naraste. Hkrati se geomagnetno polje na strani, s katere prihaja sončni veter, stisne in popači ter se ob robu poveča njegova gostota. Pojav se začne v razdalji r_0, v kateri je gostota kinetične energije sončnega vetra w_k približno enaka krajevni gostoti energije magnetnega polja Zemlje. Upoštevati moramo, da je $B(r) = \mu_0 p_m/4\pi r^3$ (p_m je magnetni moment Zemljinega dipola) in $w_k = \frac{1}{2}\,nmv^2 = \frac{1}{2}\,B^2(r_0)/\mu_0 = \mu_0 p_m{}^2/32\pi^2 r_0{}^6$. Navedeni pogoj je izpolnjen za točko na zveznici Zemlja—Sonce v razdalji $r_0 = 15\,a$, če je a radij Zemlje. Ravnovesje pa postane stacionarno šele v razdalji $10a$. V drugih smereh je ta meja bolj daleč. Geometrijsko mesto točk, v katerih je doseženo dinamično ravnovesje, je površina, ki ji pravimo *magnetopavza*. V njeni notranjosti je magnetosfera. Na nočni strani Zemlje so magnetne silnice zelo raztegnjene in vodijo daleč od Zemlje še preko Lunine razdalje, morda do $1000a$.

V velikih razdaljah se srečujejo ob osrednji ravnini, vzporedni z ekliptiko, nasprotno usmerjene silnice. Tam — v *nevtralni plasti* (»neutral sheet«) je gostota magnetnega polja enaka nič. Skozi to plast lahko prodirajo v notranjost magnetosfere protoni in elektroni, ki se gibljejo po zaviranju na čelu magnetopavze ob njeni zunanji strani. Na Jupitru so razmere podobne (sl. 3).

Magnetosfera je nesimetrična. Njene razsežnosti so odvisne od sončne dejavnosti. Sončni veter se giblje vzporedno z ravnino ekliptike. Zemeljski ekvator oklepa z njo kot 23,5°, geomagnetni ekvator pa z geografskim kot 11,5° (glej sliko v Obzorniku mat. fiz. **24** (1976) 158). Zunanji opazovalec bi opazil, da se magnetosfera krči in širi v odvisnosti od trenutne moči sončnega vetra in niha za 11,5° nad ravnino ekvatorja in pod njo.

V magnetosferi se gibljejo nabiti delci, predvsem protoni in elektroni, kot jih vodi Zemljino magnetno polje. Z umetnimi sateliti so odkrili pojav, ki je bil popolnoma nepričakovan. Delci so zgoščeni v prostoru znotraj dveh svitkov, ki obdajajo Zemljo od ravnine geomagnetnega ekvatorja vse do širin $\pm 60°$. To sta *van Allenova svitka*, tako imenovana po raziskovalcu, ki ju je odkril. Zaradi asimetrije polja sta tudi svitka nesimetrično razporejena. V srednjem je v notranjem svitku največja gostota nabitih delcev v razdalji $1{,}5a$ od Zemljinega središča, v zunanjem svitku pa v razdalji okoli $4a$. V notranjem svitku so protoni z energijo od 1 do 50 MeV s povprečno gostoto toka $2 \cdot 10^4 \mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$ ter elektroni z energijo od 40 do 1000 keV in gostoto toka $2 \cdot 10^9 \mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$. Notranji svitek je stacionaren in neodvisen od sončne dejavnosti. V zunanjem svitku pa so protoni z energijo 1 MeV ter elektroni z energijo od 10 do 50 keV in z gostoto toka $10^8 \mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$. Obseg zunanjega svitka in gostota delcev sta odvisna od sončne dejavnosti.

Nastanek svitkov razumemo, če si predstavljamo, da vstopi delec z nabojem e v magnetosfero pod dovolj velikim kotom proti silnici in z energijo, ki ne presega neke mejne vrednosti. Lorentzova sila $\mathbf{F} = e\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ prisili delec, da opiše spiralo vzdolž silnice. Privzemimo, da je polje homogeno in označimo z v_1 prečno komponento hitrosti (pravokotno na smer polja) in z v_2 vzdolžno komponento. Sila $F = ev_1B$ povzroča centripetalni pospešek $mv_1^2/\rho = ev_1B$. Če ne bi bilo vzdolžne komponente hitrosti, bi se delec gibal po krogu z radijem $\rho = mv_1/eB$ in s periodo $T = 2\pi\rho/v_1$. Zaradi hitrostne komponente v_2 pa nastane gibanje po spirali. Gledano s severne poloble se gibljejo protoni po spirali v smeri urnega kazalca, elektroni pa v nasprotni smeri (sl. 1). Za proton z energijo 1 MeV je $\rho \sim 10^6$ cm in T okoli 10^{-6} s, za elektron z energijo 1 MeV pa je $\rho = 3 \cdot 10^4$ cm in T okrog 10^{-3} s.



Sl. 1. Gibanja protonov (p) in elektronov (e) v nehomogenem magnetnem polju Zemlje

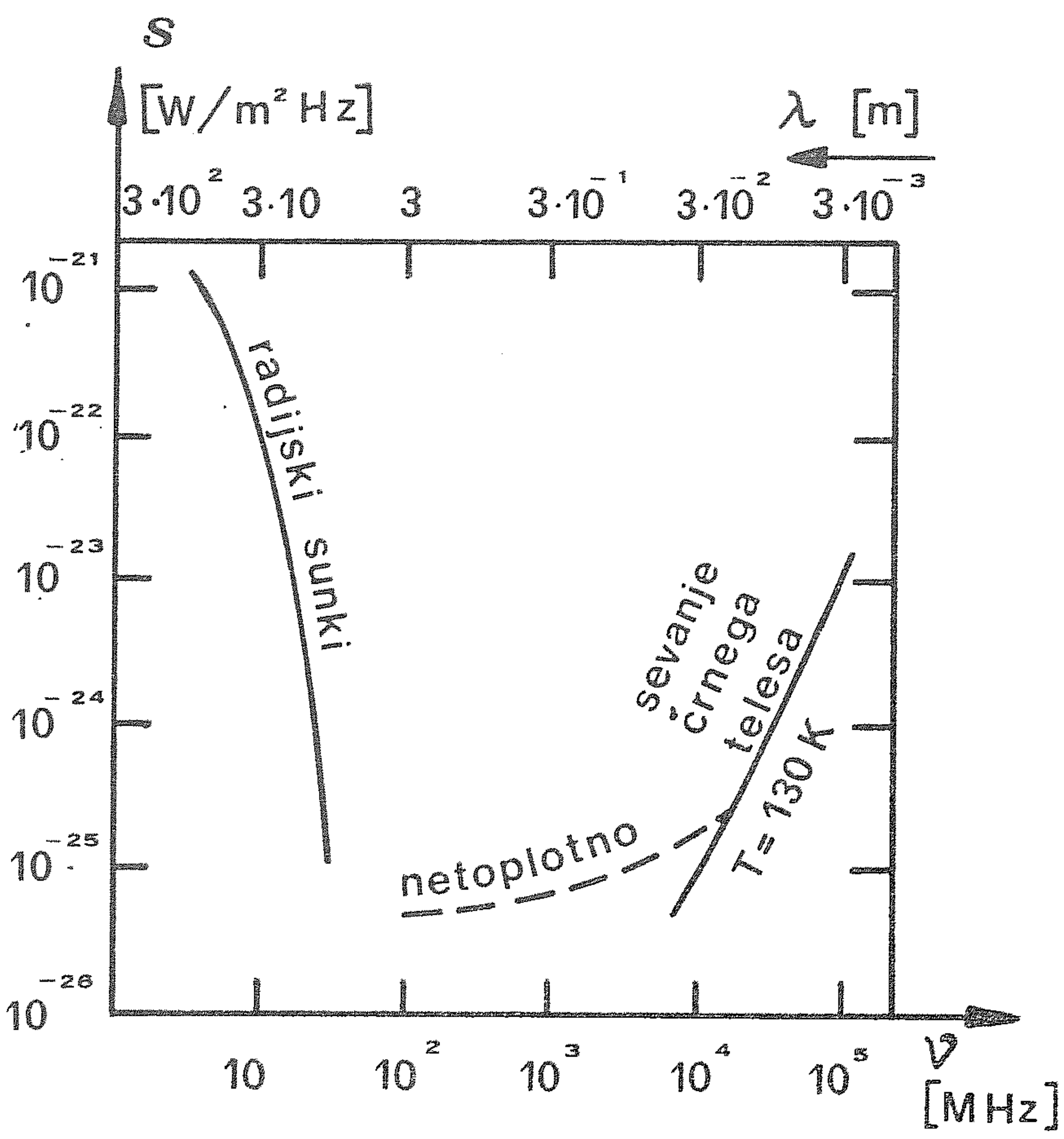
Upoštevati je še treba, da geomagnetno polje ni homogeno: proti poloma se gostota polja zvečuje. Če je relativni gradient polja dovolj majhen, se gibanje po spirali »zrcali« ob magnetnih polih. Ob približanju polu se namreč manjša ρ in veča v_1 na škodo v_2 (polna energija je namreč konstantna). Ovoji spirale se zgoščajo, dokler ne postane $v_2 = 0$. Delec se potem vrača, ovoji spirale se začno redčiti in komponenta v_2 spet narašča, toda v nasprotni smeri. Delci se torej ob magnetnih polih Zemlje odbijajo sem ter tja, kot da so zaprti v shrambi. Tako razumemo van Allenove svitke. Perioda nihanja v svitkih je okoli 0,1 s do 1 s za elektrone in 1 s do 50 s za protone. Dogodi pa se, da delec po trku z drugim delcem zapusti svitek.

Ker pojema gostota polja z višino, je krivinski radij višjega loka spirale večji od radija loka na spodnjem delu. Zato opiše delec cikloidalno spiralo, ki vodi protone v smeri proti zahodu, elektrone pa v smeri proti vzhodu. Takemu premiku pravijo »drift«.

V višinah med 80 in okoli 500 km je ionosfera. To je plast z ioni in elektroni, katerih gostota je relativno največja v podplasteh D, E, F_1 in F_2. Do disociacije molekul in ionizacije atomov pride zaradi kratkovalovnega sončnega sevanja. Obstoj ionosfere ni vezan na obstoj magnetosfere. Vendar na ionosfero kot na dober električni prevodnik delujejo magnetna polja. Pri planetu, ki nima magnetnega polja, ima pa ionosfero, inducira sončni veter v njej tokove. Ti tečejo vedno v takšni smeri, da se njihovo sekundarno magnetno polje upira prodiranju sončnega vetra. V tem primeru govorimo o *psevdomagnetosferi.*

Magnetno polje Jupitra

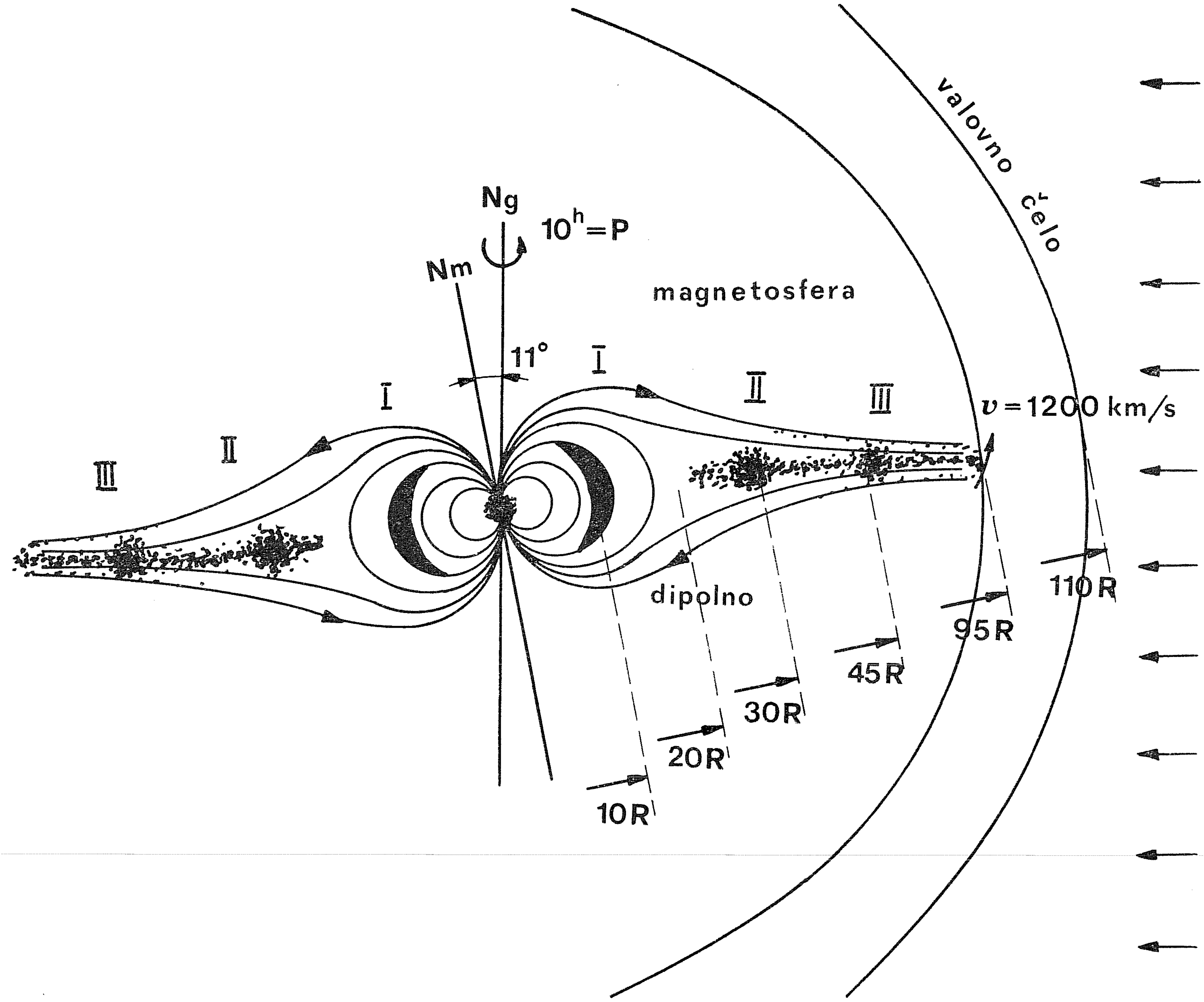
Domnevo, da ima Jupiter lastno magnetno polje z veliko gostoto, so izrazili radijski astronomi, ko so ugotovili, da oddaja radijske valove z valovnimi dolžinami od 1 mm do 60 m (sl. 2). S planeta z radijem r pride na Zemljo v razdalji D po Jeans-Rayleighovem približku energijski tok s spektralno gostoto $S = (r/D)^2 dj/d\nu = (r/D)^2 \cdot 2\pi\nu^2 kT/c^2$. Merimo S, poznamo r in D, tako da lahko izračunamo T. Če se ta temperatura ujema z izmerjeno temperaturo, na primer na optičnem območju, gre zares za toplotno sevanje. Za sevanje Jupitra velja to na območju valovnih dolžin od 1 mm do 3 cm pri temperaturi 130 K.



Sl. 2. Radijsko sevanje Jupitra: spektralna gostota sprejetega radijskega toka S kot funkcija frekvence in valovne dolžine

Pri daljših valovnih dolžinah pa dobimo za temperaturo T zelo različne vrednosti, ki naraščajo z valovno dolžino. Pri $\lambda = 10$ cm je $T = 580$ K, pri $\lambda = 31$ cm je $T = 5500$ K. To ni toplotno sevanje. Pomislili so na sinhrotronsko sevanje relativističnih elektronov v magnetnem polju. Toda manjkal je še dokaz, da so na Jupitru relativistični elektroni in gosto magnetno polje. Za domnevo pa je govorilo dejstvo, da izseva Jupiter občasno kratkotrajne sunke na območju metrskih valov. Najmočnejši je bil približno 1 sekundo trajajoči radijski sunek leta 1961 z $S = 10^{-18}$ W/m² Hz pri frekvenci 5 MHz s širino frekvenčnega pasu 1 MHz. Če bi sevala vsa površina kot črno telo, bi dobili $T = 10^{15}$ K. Ne poznamo nobenega pojava, pri katerem bi nastalo toplotno sevanje s tolikšnim energijskim tokom.

Proti koncu leta 1973 je šla sonda Pionir 10, leto kasneje pa sonda Pionir 11 v razmeroma majhni razdalji 2,9 R mimo Jupitra (R je radij Jupitra 71 300 km). Obe sondi sta bili oprem-



Sl. 3 Shematična risba Jupitrove magnetosfere. Z desne prihaja sončni veter. N_g vrtilna os planeta, P perioda vrtenja, N_m os magnetnega dipola, ki opisuje polje do razdalje 20 R; I, II in III van Allenovi svitki. Vse razdalje so v enotah Jupitrovega radija $R = 71\,300$ km. Točke označujejo »nevtralno plast«. $v = 1200$ km/s je tangentna hitrost ob robu magnetosfere, ki se vrti s kotno hitrostjo planeta. Rep magnetosfere sega do razdalje Saturnovega tira in še dalje

ljeni z magnetometri in sta šli skozi magnetosfero. Njune ugotovitve so še nepopolne. Zanesljivejše podatke bo posredoval umetni satelit Jupitra, ki bo leta 1981 dalj časa krožil okoli planeta.

Jupiter ima magnetno polje (sl. 3). Os magnetnega dipola je nagnjena za 11° proti vrtilni osi planeta in gre mimo središča planeta v razdalji 7000 km (v ekvatorski ravnini). Gostota magnetnega polja je 4,2 gauss vrh oblačne plasti ob ekvatorju, 14,8 gauss ob severnem in 11,8 ob južnem polu. Polarnost magnetnega polja je obratna od polarnosti na Zemlji: severni magnetni pol je blizu severnega tečaja. Planet obdaja zelo obširna magnetosfera s tremi van Allenovimi svitki. Notranji je v oddaljenosti 10 R od ekvatorja. V njem je gostota delcev za več velikostnih stopenj večja kot pri zemeljskem svitku. Drugi svitek je v razdalji 30 R. V prostoru med 2,5 R in 20 R prevladuje polje magnetnega dipola. Pri razdaljah, manjših od 2,5 R, je polje bolj komplicirano. V večjih razdaljah pa je osrednje področje magnetosfere stisnjeno v disk ob ravnini magnetnega ekvatorja. Nekako v tej razdalji je tudi tretji van Allenov svitek. Magnetosfera ima ob ekvatorski ravnini nevtralno plast. Tu prodirajo v notranjost magnetosfere novi delci ali morda iztekajo delci, ki so v njej se pospešili. Sondi sta namreč v velikih razdaljah ugotovili kozmične delce z Jupitra.

V prostoru znotraj prvega svitka krožijo trije sateliti (Amaltea, Io in Evropa), ki vznemirjajo magnetosfero. Satelit Io obdaja gost oblak natrija, ki je raztegnjen vzdolž tira. Opazovalci z Zemlje so ugotovili korelacijo med radijskimi sunki z Jupitra in izbranimi legami satelita Io ter legami določenih predelov na Jupitru nasproti Zemlji. Magnetosfera se vrti skupaj s planetom s periodo 10 ur in se stiska in širi ob spreminjajočem se tlaku sončnega vetra. Jupiter vsekakor skriva še marsikatero uganko.

Magnetno polje drugih planetov

Sonda Mariner 10 je bila prva, ki se je marca leta 1974 približala površju *Merkurju* do razdalje 700 km. Najprej je šla mimo Venere, ki je s svojim gravitacijskim poljem preusmerila sondo proti Merkurju. Končno je sonda postala umetni planetoid z obhodno dobo 176 dni. Ker je ta doba enaka dvakratni obhodni dobi Merkurja, se je sonda kasneje še dvakrat srečala s planetom. Prebila je valovno čelo magnetosfere in izmerila gostoto magnetnega polja. Gostota polja ob površju je 380 γ in os dipola je zelo ekscentrična: gre v razdalji 0,47 polmera mimo središča. Odkritje je močno presenetilo predvsem teoretike, saj naj bi bilo magnetno polje vezano na obstoj tekočega jedra v notranjost planeta. Izrazili so domnevo, da polje morda inducira sončni veter. Toda polarnost polja je ostala nespremenjena, ko je planet prešel v sosedni odsek sončnega polja z nasprotno usmerjenimi silnicami. Merkur ima torej lastno magnetno polje.

Več vesoljskih sond je potrdilo, da *Venera* nima lastnega magnetnega polja z gostoto, ki bi bila večja od 1/3000 gostote zemeljskega. Ima pa gosto ionosfero, ki se upira širjenju sončnega vetra in ga v izbrani globini zaustavi. Ionosfera se obnaša kot psevdomagnetosfera.

Magnetno polje Marsa je razmeroma šibko v primerjavi z medplanetnim poljem v njegovem okolju (12 γ). Dosedanje meritve z različnimi sondami so dale za gostoto magnetnega polja na površju 64 γ in za kot nad osjo dipola in vrtilno osjo 15° do 20°. Usmerjenost dipola je nasprotna kot na Zemlji: severni magnetni pol je ob severnem tečaju.

Luna nima lastnega magnetnega polja. Meritve astronavtov z vozilom Lunar rover ter meritve z avtomatičnima voziloma Lunohod 1 in 2 so pokazale, da so skale na površju Lune namagnetene. Gostota, smer in polarnost lokalnega polja pa se spreminjajo od kraja do kraja. Po prvi domnevi gre za namagnetenost na račun sončnega vetra, po drugi pa za ostanek nekdanjega magnetnega polja Lune (»fosilni magnetizem«).

Povzemimo: Od teles, ki so jih raziskali z vesoljskimi sondami, imajo poleg Zemlje magnetno polje še Jupiter, Mars in Merkur, Venera in Luna pa ga nimata.

Osi magnetnih dipolov so naklonjene proti vrtilni osi pri Zemlji, Jupitru, Marsu in Merkurju,

Osi magnetnih dipolov so ekscentrične pri Zemlji, Jupitru in Merkurju.

Merkur ima enako usmerjena magnetna pola kot Zemlja, Mars in Jupiter pa nasprotno.

Glavno magnetno polje so teoretično najuspešneje pojasnili z modelom dinamostroja z lastnim vzbujanjem. Dejstvo je, da ima Zemlja v globini pod plaščem tekoče jedro, ki je dober prevodnik elektrike in po katerem tečejo konvektivni tokovi. Domnevajo, da se jedro vrti počasneje od Zemljinega plašča. Pri podrobnejši obdelavi pa se pojavi vrsta vprašanj. Kaj je rotor, kaj stator, kaj vodnik in kaj ščetke? Zakaj je os dipola nagnjena proti vrtilni osi, zakaj leži ekscentrično in zakaj se sčasoma zamenjata pola?

Druge pomembnejše ugotovitve

Luno je doslej obiskalo 57 vesoljskih sond. Z nje so vesoljci prinesli skupno 380 kg kamnin. 20 kg so jih uporabili za laboratorijske raziskave. Z merjenjem radioaktivnosti so določili njihovo starost. Ni skale, ki bi bila starejša od okoli 4,3 milijarde let. Vse stare skale so s planinskega področja. (Podatek za primerjavo: najstarejše kamnine na Zemlji so stare 3,7 milijarde let). Kamnine, ki so jih nabrali v »morjih« — bazaltnih ravninah iz strjene vulkanske lave z majhno odbojnostjo vidne sončne svetlobe — so mlajše. Nastale so pred 3,1 do 3,9 milijardami let. Že prej so poskušali oceniti relativno starost posameznih delov na podlagi njihove statistične pogostnosti, dejstva, da mlajši deli prekrivajo starejše in drugih kriterijev. (Metodo uporabljajo danes pri Marsu in Merkurju.) Relativna starostna skala je zdaj absolutno umerjena. V zgodovini oblikovanja Lune ločijo šest obdobij, od katerih so nekatera potekala vsaj delno vzporedno (preglednica 2).

Preglednica 2. Obdobja v razvoju Lune

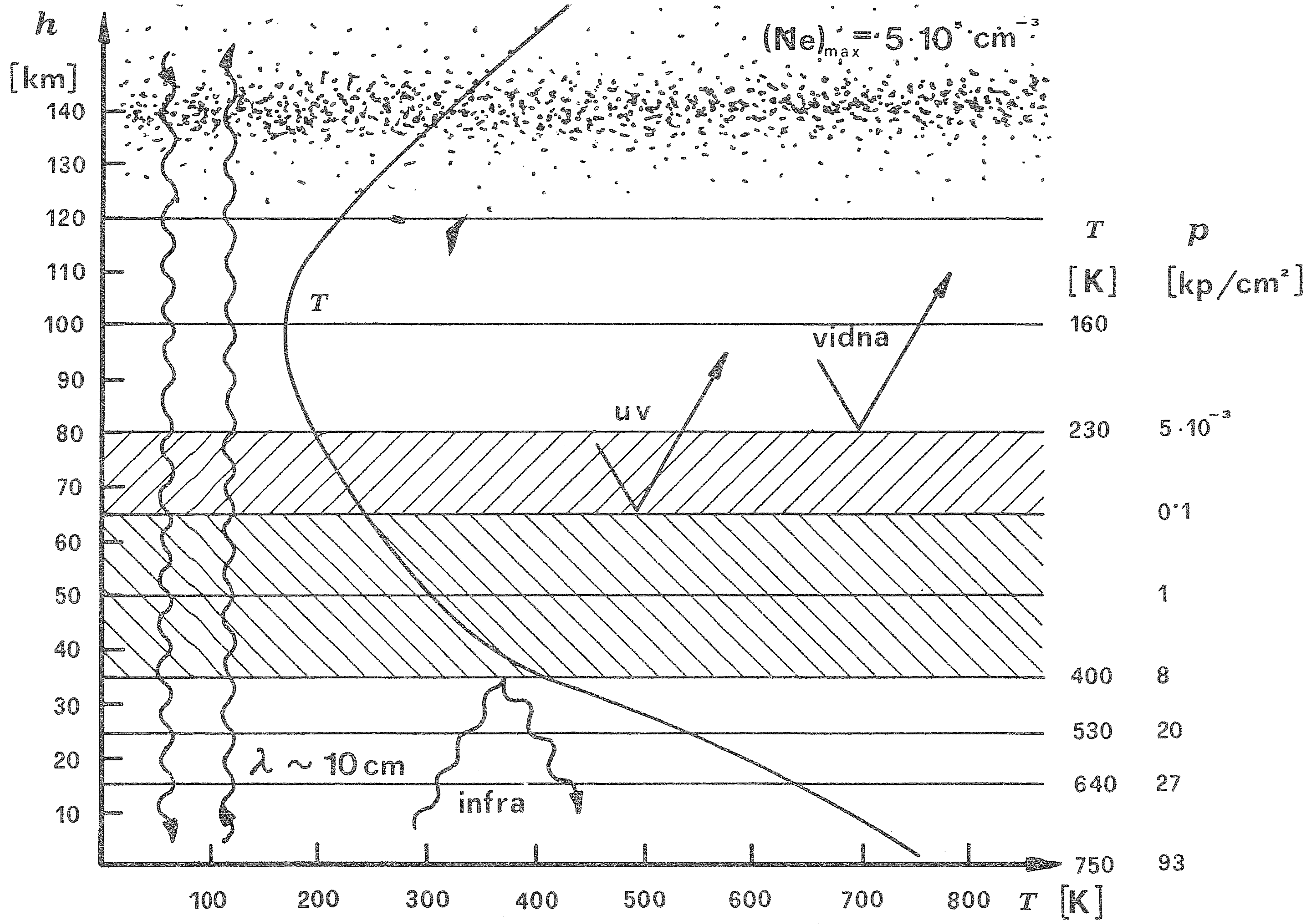
Obdobje	starost v milijardah let	značilnosti obdobja
1	4,6 do 4,3	nastanek Lune z zlepljenjem posameznih kosov, magmatska diferenciacija; nastanek skorje
2	4,3 do 4,0	nastanek gorovij, trki z masivnimi protoplanetoidi, nastanek prvih kraterjev
3	4,0 do 3,9	nastanek velikih bazenov
4	3,9 do 3,1	obdobje vulkanizma; polnjenje bazenov z vulkansko lavo, nastanek morij
5	3,1 do 0,9	ponovno bombardiranje z meteoritskimi telesi, ki postopno pojema po jakosti in pogostnosti trkov; ob koncu je nastal krater Kopernik
6	0,9 do danes	splošno zmanjšanje števila meteoritskih trkov in vulkanske aktivnosti; zadnji veliki krater Tycho je nastal pred sto milijoni let.

Luna ima nesimetričen relief. Tudi nevidna polobla je gosto posuta s kraterji, ni pa tam »morij«, ki so najznačilnejša za vidno stran. Podobno nesimetričnost so opazili na Marsu. Severna polobla je razmeroma gladka, južna pa posuta s kraterji. Površje Merkurja še ni bilo v celoti fotografirano, vendar je tudi na njem vidna podobna nesimetričnost. V določenem geološkem obdobju so ti planeti pretrpeli močno meteoritsko bombardiranje. Tudi na Zemlji smo ga imeli, pa sta sledove skoraj povsem zabrisali korozija in erozija.

Sondi Pionir 10 in 11, ki sta šli mimo Jupitra, sta bili opremljeni z infrardečim spektrometrom. Izmerili sta lastno sevanje planeta pri izbranih valovnih dolžinah in telemetrirali rezultate na Zemljo. Ugotovili so, da seva Jupiter v infrardeči svetlobi dvakrat večji energijski tok, kot ga v celoti absorbira. Planet ima torej lasten izvir energije. To je gravitacijsko krčenje. Ima pa premajhno maso, da bi se razvil v zvezdo. Izračunali so, da bi se za kritje lastnega sevanja zadoščalo letno zmanjšanje radija za en milimeter. Jupiter je edini vzorec neuspele zvezde, ki je dosegljiv za raziskovanje z vesoljskimi sondami.

Merkur nima atmosfere razen sledov helija, ki je prišel na planet s sončnim vetrom ali pa je ostanek razpada radioaktivnih elementov v skalah. Tlak plina je kvečjemu $2 \cdot 10^{-5}$ kp/cm^2. Planetu se je doslej približala sonda Mariner 10 trikrat v letih 1973/74 in ga fotografirala z majhne razdalje. Relief je podoben Luninemu, vendar so v oblikah kraterjev tudi nekatere posebnosti. Površje je v splošnem močno nagubano, kakor da bi skorja pretrpela stiskanje v vodoravni smeri. Najizrazitejša je obsežna ravnina Mare Caloris, ki jo obdaja vrsta koncentričnih nasipov. Na fotografijah vidimo le njen del. Vemo pa, da ima Sonce v svojem zenitu ob vsakem drugem prehodu planeta skozi perihelij.

Med letoma 1962 in 1969 so se *Veneri* približale štiri sonde: dve ameriški in dve sovjetski. Največ zaslug pri raziskavi planeta gre sovjetskim, ki so ponovno poskušale prodreti skozi



Sl. 4. Shematična risba Venerine atmosfere s plastno zgradbo. Na ordinatni osi višine v km; na abscisni osi temperatura. Krivulja T kaže potek temperature. Desno je naveden tlak v kp/m² na ustreznih višinah. Črtkani pasovi so oblačne plasti neznane narave

goste oblake do površja. Nekaj jih je že pred pristankom stisnil zunanji tlak ali je elektronska aparatura odpovedala zaradi visoke temperature. Vsak neuspeh pa je dal koristne napotke za naslednji poskus. Končno je sonda Venera 8 morda pristala na površju (1972) in prvič izmerila temperaturo 750 K. Ob tem je nehala oddajati, kar je vzbudilo dvom o zanesljivosti meritve. Leta 1975 sta pristali sondi Venera 9 in 10 ter z mesta pristanka poslali posnetke okolice in podatke. Vendar sta delovali le 50 in 60 minut, ker nista zdržali v izjemnih okoliščinah: pri temperaturi 750 K in tlaku 93 kp/cm². Na posnetkih vidimo skalovje in kamenje. Dragoceni so tudi podatki, ki so jih sonde pošiljale med spuščanjem.

V Venerini atmosferi je 97% CO_2 poleg sledov dušika, kisika, argona in CO. Vodne pare je samo 0,01%. Atmosfera ima več plasti. Nad višino 120 km (sl. 4) preide v ionosfero, ki se širi vse do višine 530 km. Elektronska gostota je največja ($5 \cdot 10^5 \mathrm{cm}^{-3}$) v višini 140 km. Temperatura atmosfere je najnižja (160 K) v višini 100 km, pod to plastjo zelo hitro narašča. V višini 80 km se začne plast oblakov, ki odbija vidno in infrardečo svetlobo. To je navidezno površje Venere za opazovalca z Zemlje in zanj velja temperatura 230 K, ki so jo posredovali zemeljski detektorji infrardeče svetlobe. Pod njo je v višini med 65 in 80 km plast neznane narave, skozi katero prodira ultravijolična svetloba. V tej svetlobi fotografiramo spremenljive oblake, ki jih ženejo vetrovi s hitrostjo 100 m/s, to je z okoli 60-kratno vrtilno hitrostjo planeta. Sonde so ugotovile, da se neprepustna plast oblakov nadaljuje še nižje do višine okoli 35 km. Plast z neznano fizikalno in kemično naravo zadrži med površjem in višino 35 km infrardeče sevanje, ki mu ustreza temperatura med 400 in 750 K. Menijo, da gre za močno poudarjeni učinek tople grede. Skozi vse te plasti prodirajo edino radijski valovi z valovno dolžino okoli 10 cm.

Na površju planeta ne more obstati tekoča voda, ker temperatura presega kritično (374 °C). Ob površju so zabeležili vetrove s hitrostjo, manjšo od 1 m/s. Pri dani gostoti atmosfere (0,078 g/cm³) bi imel veter s hitrostjo nekaj m/s učinek uragana na Zemlji.

Do bližine *Marsa* je prišlo doslej več kot deset sovjetskih in ameriških vesoljskih sond. Najuspešnejše so bile ameriške. Veliko presenečenje je bila ugotovitev Marinerja 4 (1964), da so na Marsu kraterji, podobni Luninim, a da na njem ni »kanalov«. Nepričakovana so bila odkritja Marinerja 9 (1972), ki je krožil okoli Marsa kot umetni satelit ter posredoval več kot sedem tisoč fotografij z visoko ločljivostjo. Na njih vidimo ločene podrobnosti, ki so po 100 m vsaksebi.

Najpomembnejše ugotovitve so: Na Marsu so številni vulkani. Največji — Mons Olympus — je 2,5-krat višji od Mt. Everesta. Na njem so opazne številne posledice vulkanizma. Premer podnožja je 500 km.

Kažejo se posledice erozije vetrov. Našli so obsežne peščene sipine.

Vidne so posledice tektonskih premikov.

Vidne so številne več sto km dolge in do 6 km široke vijugaste doline (imenovane meandri), ki spominjajo na izsušene struge nekdanjih rek.

Ogromne doline s strmimi pobočji spominjajo na zemeljske kanjone. Največji kanjon — Vallis Marineris — je širok 80 do 120 km, globok 6 km in dolg preko 2500 km.

Pogostnost kraterjev je desetkrat manjša kot na Luni in njihova splošna porazdelitev je nesimetrična.

Marsova atmosfera je redka: tlak ob površju je 7,7 mbar. Njen sestav je: 95% CO_2, 2,7% N_2, 1,6% A, 0,15% O_2, 0,01% vodne pare in sledovi drugih plinov. Težjega izotopa dušika ^{15}N je relativno za 75% več kot v Zemljini atmosferi, razmerje izotopov kisika in ogljika pa je enako kot na Zemlji. Sublimacijska temperatura vode pri danem delnem tlaku je okoli 200 K. Zato na Marsu danes ni tekoče vode. So pa verjetno posledice delovanja tokov vode ali druge kapljevine z majhno viskoznostjo. Zato domnevajo, da je bilo podnebje nekoč drugačno. Temperatura sublimacije CO_2 je pri danem delnem tlaku enaka 146 K. Ker so nad belima tečajnima kapicama izmerili temperaturo okoli 200 K, sklepajo, da sta iz navadnega ledu in ne iz trdnega CO_2.

Lansko poletje sta prispeli do Marsa dve sondi: Viking 1 in 2, ki sestojita vsaka iz matične sonde (Orbiterja) in pristajalne ladjice (Landerja). Ladjici sta pristali na površju, matični sondi pa krožita okoli planeta. Prva ladjica je izmerila na mestu pristanka veliko razliko med dnevno in nočno temperaturo: maksimum 241,8 K, minimum 187,1 K. Posredovala je barvne posnetke okolja: nebo je rdečkasto zaradi sipanja svetlobe na prašnih delcih z velikostjo mikrometra, ki lebdijo v atmosferi.

V laboratorijih ladjic tečejo biološke raziskave, ki za zdaj niso dale določenih rezultatov. Doslej niso našli v tleh planeta organskih snovi. Opazili pa so nepričakovane kemijske reakcije.

LITERATURA

[1] C. W. Allen *Astrophysical Quantities*, The Athlone Press, London, 1973.

[2] *The Solar System*, Scientific American **233** (3) (1975) 000, italijanski prevod, Le Scienze **3** (1976) marec.

[3] *New Science in the Solar System*, New Scientist, London, **16** (1976) marec.

[4] Slikovni material: Merkur: Sky and Telescope april 1974, maj 1975, maj 1976; Venera: posnetki sond Venera 9 in 10 ibid., april 1974, dec. 1976; Mars: posnetki sonde Mariner 9, ibid., maj, junij, nov. 1971, jan. in april 1972; avg. in sept. 1973; Scientific American, jan. 1973; opis sond Viking v Sky and Telescope, avg. in sept. 1973, poročila o rezultatih junij do nov. 1976; Jupiter: sonda Pionir 10 in magnetosfera, ibid., febr. 1974; Pionir 11 v febr. 1975 in okt. 1975.

Obzornik mat. fiz. 24 (1977) 4

VESOLJE

JANEZ STRNAD

UDK 523.1

Članek daje kratek pregled čez sodobno kozmologijo. Oriše najpomembnejše eksperimentalne ugotovitve in osnovne predpostavke. Obdela model vesolja v Newtonovi mehaniki in poda rešitve za gravitacijsko vezano vesolje in za vesolje, ki gravitacijsko ni vezano. Dotakne se modela vesolja v splošni teoriji relativnosti in opiše standardni model za razvoj vesolja z velikim pokom. Na koncu omeni manj tradicionalne zamisli, ki so zunaj okvira splošne teorije relativnosti.

THE UNIVERSE

The article contains a brief review of modern cosmology. The most important experimental results and basic assumptions are discussed. The Newtonian model is considered and solutions for gravitationally bound and unbound universe are derived. The model in general theory of relativity is touched upon and the standard big bang model is described. Finally less traditional ideas which lie outside the framework of general relativity are mentioned.

Uvod

Kozmologija [1]—[5], ki proučuje vesolje v celoti, je pred težavno nalogo. Vesolje je sistem, ki se razlikuje od drugih sistemov po tem, da nima okolice. Poleg tega ne vemo vnaprej, ali veljajo zakoni narave, ki smo jih spoznali dozdaj, v vesolju na vseh razsežnostih in ob vseh časih. Po izkušnjah pri prodiranju v svet mikrodelcev ne bi smeli biti presenečeni, če bi pri raziskovanju vesolja prišli do novih spoznanj. Morda bo treba že znanim zakonom dodati popravke, ki nimajo na Zemlji ali v Osončju nobenih posledic, a so bistveni v vesoljskih razmerah. Morda bomo spoznali popolnoma nove zakone.

Osnovno načelo. Čeprav moramo biti pripravljeni na nova temeljna spoznanja, ne kaže opustiti znanih zakonov narave, dokler jih opazovanja nedvoumno ne presežejo. Dejstvo, da kakega pojava v vesolju ne moremo do kraja pojasniti, še ni nujno dokaz za slabost teh zakonov in razlog za postavljanje novih. Pri tem tudi ne moremo prezreti dejstva, da so astronomska in astrofizikalna merjenja večinoma zamudna in težavna in dobljeni podatki večkrat ne zelo zanesljivi.

Po vsem tem se zdi, da je na današnji razvojni stopnji kozmologije koristno, če sprejmemo *osnovno načelo*: V vesolju veljajo znani zakoni narave. Pri tem mislimo predvsem na obstoječo teorijo gravitacije, to je na *splošno teorijo relativnosti*. Pogosto so kot približek uporabni Newtonovi zakoni. Pomagamo si še z zakoni elektrodinamike in z zakoni kvantne mehanike.

Razširjanje vesolja. Eno izmed najpomembnejših spoznanj sodobne kozmologije je spoznanje, da so meglenice oddaljene galaksije — podobne naši Galaksiji — in da se oddaljujejo s hitrostjo, sorazmerno z oddaljenostjo.

Hitrost oddaljevanja določimo po *rdečem premiku*, to je po premiku črt proti rdečemu delu spektra. Navadno opazujemo absorpcijske črte, ki nastanejo v sorazmerno hladni atmosferi zvezde. V njej absorbirajo atomi sestavino z izbrano valovno dolžino iz svetlobe z zveznim spektrom, ki prihaja iz notranjosti zvezde. Če je hitrost oddaljevanja v majhna v primeri s hitrostjo svetlobe c, uporabimo linearni približek. *Relativni rdeči premik* pri Dopplerjevem pojavu je tedaj

$$z = (\lambda' - \lambda)/\lambda = v/c \tag{1}$$

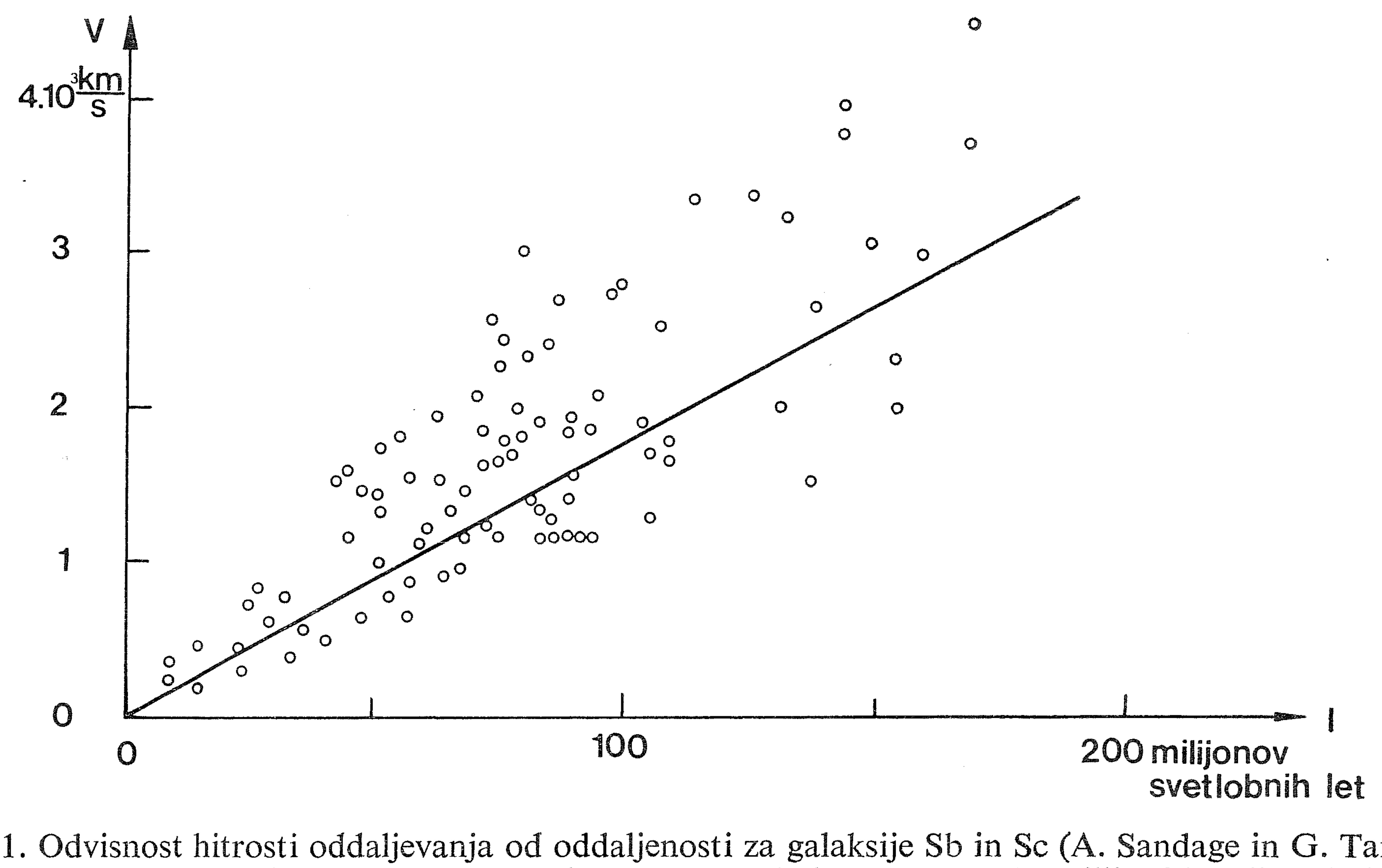
λ' je valovna dolžina črte v svetlobi z vesoljskega telesa, λ pa valovna dolžina te črte v svetlobi laboratorijskega svetila.

Oddaljenost vesoljskih teles določimo v več korakih, ki vodijo od manjših oddaljenosti do vse večjih. Pri iskanju zveze med hitrostjo oddaljevanja in oddaljenostjo ne smemo prezreti dejstva, da sodelujejo vesoljska telesa v lokalnem gibanju — zvezde kot sestavni deli galaksij in galaksije kot sestavni deli jat. Opazovano hitrost sestavljata hitrost oddaljevanja in projekcija hitrosti lokalnega gibanja na zveznico z Zemljo. Lokalno gibanje izločimo tako, da poiščemo povprečje za dovolj številno množico galaksij (sl. 1). Tako pridemo do *Hubblovega zakona*: Hitrost oddaljevanja galaksij je sorazmerna z njihovo oddaljenostjo l:

$$v = Hl \tag{2}$$

H je Hubblova konstanta in njena obratna vrednost $1/H = \tau$ je *Hubblov čas*. Tu uporabimo za Hubblov čas vrednost $\tau = 18$ milijard let, ki je nezanesljiva na ± 2 milijardi let. To je naključna napaka. Rezultat pa utegne vsebovati še kako sistematično napako.

E. P. Hubble, ki je 1929 prvi izoblikoval zakon (2), je navedel za čas τ samo 2 milijardi let. Od tedaj so postala merjenja mnogo zanesljivejša. W. Baade je 1953 ugotovil, da obstajata dve vrsti *kefeid* — spremenljivih zvezd, po katerih določajo razdaljo — z dvema različnima zvezama med periodo in največjim izsevom. Na račun tega se je povečal Hubblov čas za faktor 2,6. A. Sandage je 1958 spoznal, da sevajo v galaksijah obliki ioniziranega vodika in ne svetle zvezde, kakor je mislil E. P. Hubble. Na račun tega se je povečal Hubblov čas še za faktor 2,2. Vrednost (18 ± 2) milijarde let sta ugotovila A. Sandage in G. A. Tammann po merjenjih v letih od 1965



Sl. 1. Odvisnost hitrosti oddaljevanja od oddaljenosti za galaksije Sb in Sc (A. Sandage in G. Tammann 1968) [8]. Premica, ki kaže povprečje, ustreza Hubblovemu času 17 milijard let ali Hubblovi konstanti 58 km s^{-1}/Mpc.

Za periodične spremenljive zvezde — *kefeide* — v naši Galaksiji ugotovijo odvisnost največjega izseva od perioda. Z izmerjeno periodo kefeid v drugih galaksijah določijo po tej odvisnosti oddaljenosti do 13 milijonov svetlobnih let. — Galaksije nekaterih vrst, na primer Sc in Sd, vsebujejo velike oblake ioniziranega vodika — *predele H II* — ki izdatno sevajo svetlobo z najizrazitejšo črto Balmerjeve serije Hα z valovno dolžino 6562,8 Å. Njihovo oddaljenost pod 13 milijoni svetlobnih let določijo s kefeidami in ugotovijo zvezo med izsevom galaksije in premerom predela H II. Po tej odvisnosti določijo oddaljenosti galaksij do 200 milijonov svetlobnih let. — Opazovanja galaksij Sc I do te oddaljenosti pokažejo, da imajo vse približno enak izsev. Z njimi določijo oddaljenosti nad 230 milijonov svetlobnih let do 1972. Temu Hubblovemu času ustreza Hubblova konstanta (55 ± 7) kms^{-1}/Mpc (1 Mpc = 3,26 milijonov svetlobnih let). Zadnja navedba Sandagea in Tammanna iz 1976 je (50 ± 4) kms^{-1}/Mpc za Hubblovo konstanto, kar da Hubblov čas (19 ± 1) milijard let. To vrednost navajajo tudi J. R. Gott in sodelavci [9]. Ne smemo zamolčati, da je večina drugih astronomov na pariškem simpoziju jeseni 1976, delno na osnovi istih merskih podatkov kot Sandage in Tammann, zagovarjala večjo Hubblovo konstanto okoli 80 kms^{-1}/Mpc ali manjši Hubblov čas okoli 12 milijard let [10]. To priča o negotovosti nekaterih astronomskih podatkov in opozarja na nezanesljivost vseh količin, ki vsebujejo Hubblov čas.

Prasevanje. Vesolje izpolnjuje elektromagnetno valovanje, ki je preostanek sevanja z njegove zgodnje razvojne stopnje. Merjenja kažejo, da se spekter tega *prasevanja* ujema s spektrom sevanja črnega telesa pri temperaturi nekaj pod 3 K. Za povprečno gostoto energije elektromagnetnega valovanja dobimo iz Stefanovega zakona $\overline{w} = 4\sigma T^4/c$, če je σ Stefanova konstanta. Za temperaturo postavimo 3 K, pa sledi povprečna gostota energije 0,4 MeV/m^3. Tej gostoti energije ustreza gostota snovi $\rho_{sev} = \overline{w}/c^2$. Ker ustreza energiji 930 MeV lastna masa 1 a.e.m. $= 1{,}6 \cdot 10^{-27}$ kg, je ρ_{sev} okoli 10^{-30} kg/m^3. Povprečna energija fotona v sevanju črnega telesa* s temperaturo 3 K je okoli 0,0012 eV. Tako odpade na kubični meter prasevanja skoraj milijarda fotonov.

Obstoj prasevanja s spektrom črnega telesa s temperaturo 25 K so napovedali 1948 R. A. Alpher, H. A. Bethe in G. Gamow. Šestnajst let pozneje je neodvisno od njih prišel na enako misel R. H. Dicke in začel z merjenji. 1965 sta A. A. Penzias in R. W. Wilson odkrila moteče ozadje radijskih valov z valovno dolžino 7 cm, ki je ustrezalo temperaturi okoli 3,5 K. R. H. Dicke, P. J. E. Peebles, D. G. Roll in D. T. Wilkinson so v tem spoznali iskano prasevanje in po delu njegovega spektra določili temperaturo okoli 3 K (sl. 2).

Kozmološko načelo. Merjenja kažejo, da so galaksije in radijski izviri enakomerno porazdeljeni po nebu. V okviru nezanesljivosti pri merjenju je prasevanje popolnoma izotropno. Ti ugotovitvi posplošimo v *kozmološko načelo*: Na dovolj velikih razdaljah je vesolje izotropno in homogeno. Pri tem mislimo na razdalje nekaj deset milijonov svetlobnih let ali več. Pri manjših razdaljah načelo ne velja. Tipična razdalja med zvezdama v galaksiji je svetlobno leto, med galaksijama v jati milijon svetlobnih let in med težiščema jat galaksij okoli 30 milijonov svetlobnih let. Načelo tedaj trdi, da so težišča jat galaksij enakomerno razporejena po vesolju.

Modeli vesolja

Model v Newtonovi mehaniki. Opišimo vesolje kot krogelno simetrični oblak točkastih teles, ki ustrezajo težiščem jat galaksij. Z začetnim pogojem zahtevamo, da se telesa oddaljujejo drugo od drugega. Zato vsaj na začetku ne pride do zgoščevanja, čeprav delujejo telesa drugo na drugo z gravitacijsko silo. Vzamemo, da med telesi ni trkov in v oblaku ni tlaka, kot da bi šlo za *oblak prahu*. Po kozmološkem načelu mora biti gostota teles v danem trenutku po vsem oblaku enaka.

Razglabljanja začnemo v okviru Newtonove mehanike, čeprav je v vesoljskih razmerah to le približek. Točkasta telesa naj se oddaljujejo od središča oblaka v izhodišču koordinatnega sistema. Krajevni vektor do izbranega točkastega telesa zapišimo kot

$$\mathbf{r}(t) = R(t)\mathbf{r}_0$$

če je $\mathbf{r}_0$ krajevni vektor do telesa v danem trenutku t_0. Od časa odvisni sorazmernostni koeficient $R(t)$ je *funkcija razširjanja*, za katero velja $R(t_0) = 1$.

---

* Valovno dolžino fotona s povprečno energijo ocenimo z vrednostjo pri maksimu spektra: $\lambda_0 = k_w/T = 1$ mm, če je k_w Wienova konstanta. Tak foton ima energijo $h\nu_0 = hc/\lambda_0 = 0{,}0012$ eV.

Zaradi ohranitve mase mora biti skupna masa M vseh teles v razširjajoči se krogli okoli izhodišča konstantna. Iz zveze $M = 4\pi r^3(t)\rho(t)/3 = 4\pi r_0{}^3\rho_0/3$ sledi

$$r^3(t)\rho(t) = r_0{}^3\rho_0 \tag{3a}$$

$\rho(t)$ je povprečna gostota snovi v vesolju in $\rho_0 = \rho(t_0)$ povprečna gostota v danem trenutku t_0.

Enačbo gibanja za izbrano točkasto telo v oblaku dobimo iz izreka o ohranitvi polne energije. Polno energijo telesa z maso m sestavljata kinetična energija $\frac{1}{2}mv^2$ in gravitacijska potencialna energija. V krogelno simetričnem oblaku prispevajo h gravitacijski potencialni energiji telesa v razdalji r od središča samo telesa v notranjosti krogle z radijem r. Prispevki vseh teles iz zunanjosti krogle se izravnajo. Tako je gravitacijska potencialna energija $-GmM/r = -m \cdot 4\pi Gr^3\rho/3r$, če je G gravitacijska konstanta. Enačba gibanja je tedaj

$$\tfrac{1}{2}mv^2 - m \cdot 4\pi Gr_0{}^3\rho_0/3r = W_0$$

Preuredimo jo v

$$\dot{R}^2 - a/R = -k \tag{3}$$

Pika označuje odvajanje po ct, torej $\dot{R} = c^{-1}dR/dt$. Vpeljali smo konstanto

$$a = 8\pi G\rho_0/3c^2$$

in koeficient

$$k = -2W_0/mc^2r_0{}^2$$

ki je sorazmeren z negativno polno energijo W_0.

Ločimo tri vrste rešitev enačbe (3). Pri polni energiji nič je $k = 0$ in je rešitev

$$R = (6\pi G\rho_0)^{1/3}t^{2/3} \tag{4a}$$

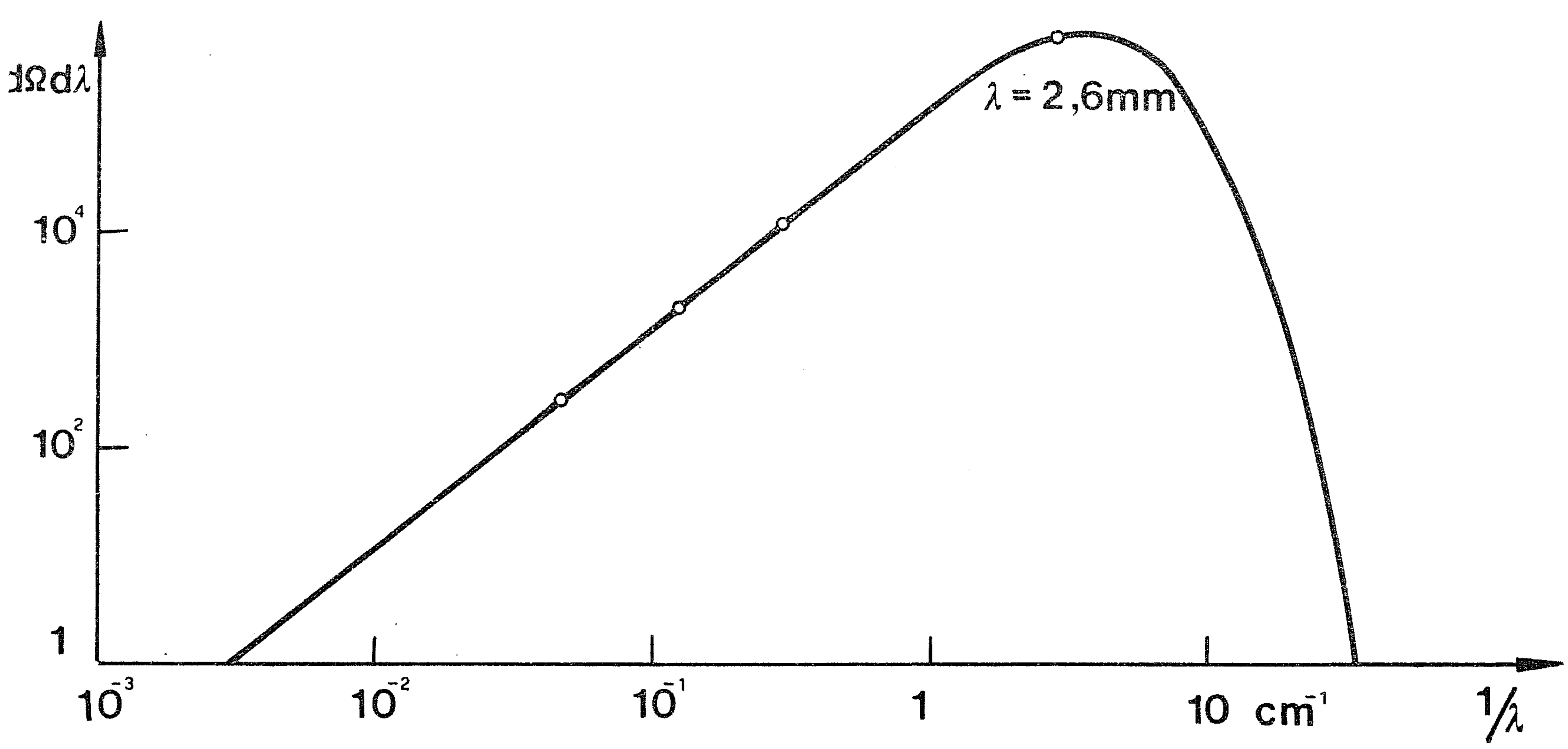
Pri negativni polni energiji je $k > 0$ in ima enačba (3) rešitev

$$t = (a/ck^{3/2})\,[\arcsin(kR/a)^{1/2} - (kR/a)^{1/2}(1 - kR/a)^{1/2}] \tag{4b}$$

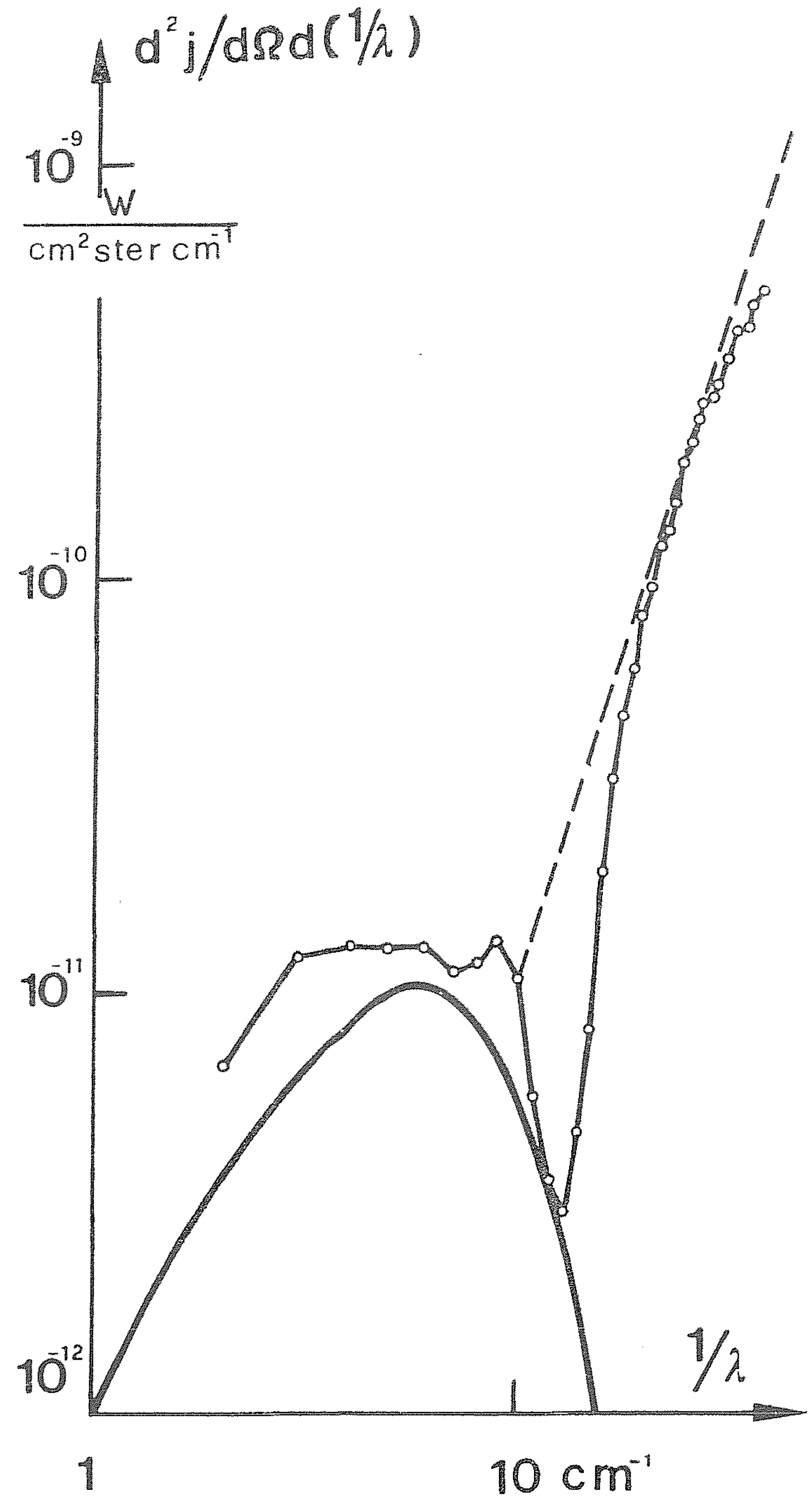
Telo doseže največjo oddaljenost $R_m = a/k$, ko je $\dot{R} = 0$, ob času $a\pi/2ck^{3/2}$. Za majhne čase, ko je $R \ll a/k$, velja približno enačba (4a).

Pri pozitivni polni energiji je $k < 0$ in ima enačba (3) rešitev

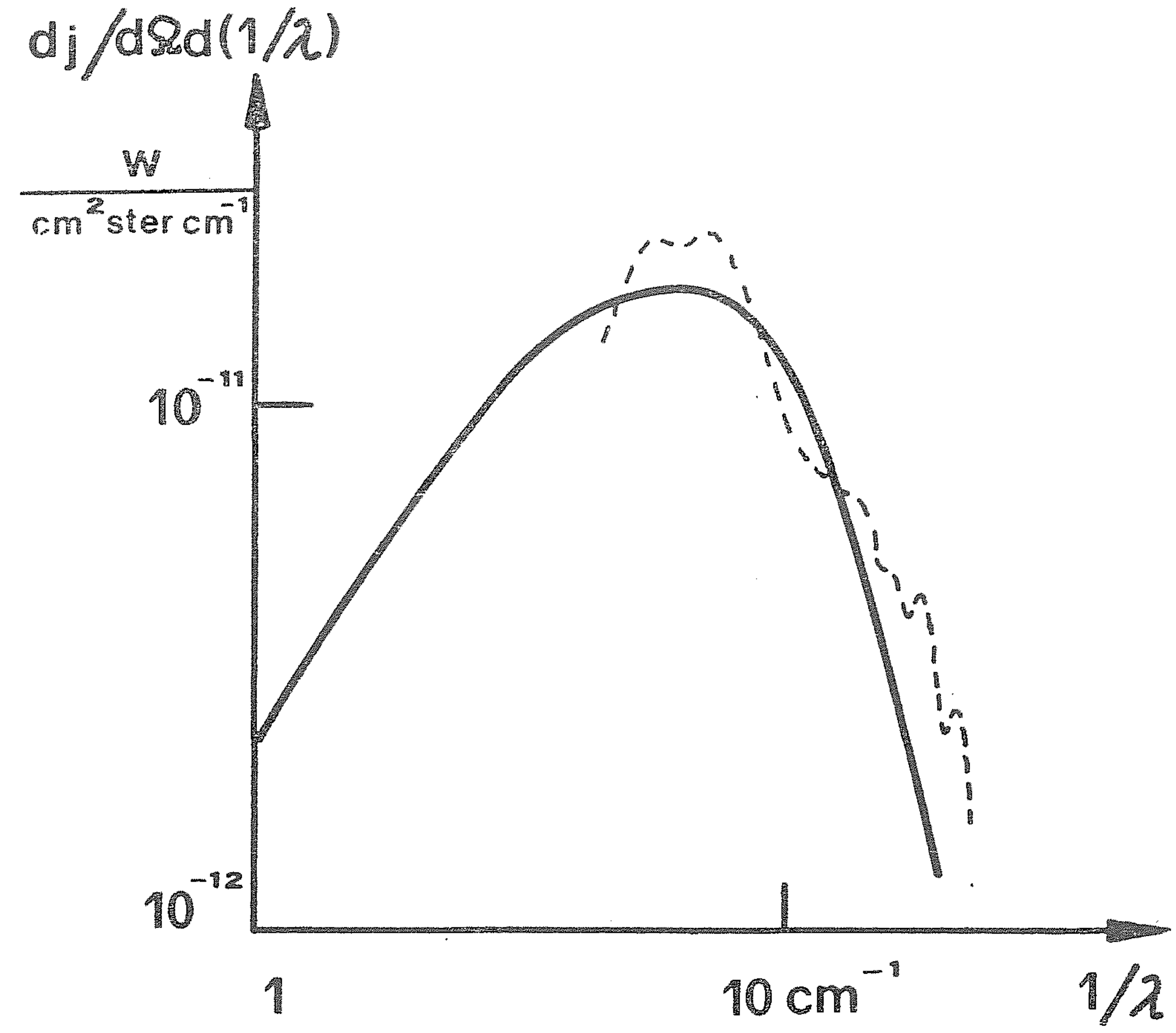
$$\begin{aligned} t = (a/c\,|k|^{3/2})\,\{\tfrac{1}{2}\ln\,[(1 + |k|\,R/a)^{1/2} - (|k|\,R/a)^{1/2}]/[(1 + |k|\,R/a)^{1/2} + \\ + (|k|\,R/a)^{1/2}] + (|k|\,R/a)^{1/2}(1 + |k|\,R/a)^{1/2}\} \end{aligned} \tag{4c}$$



a



b



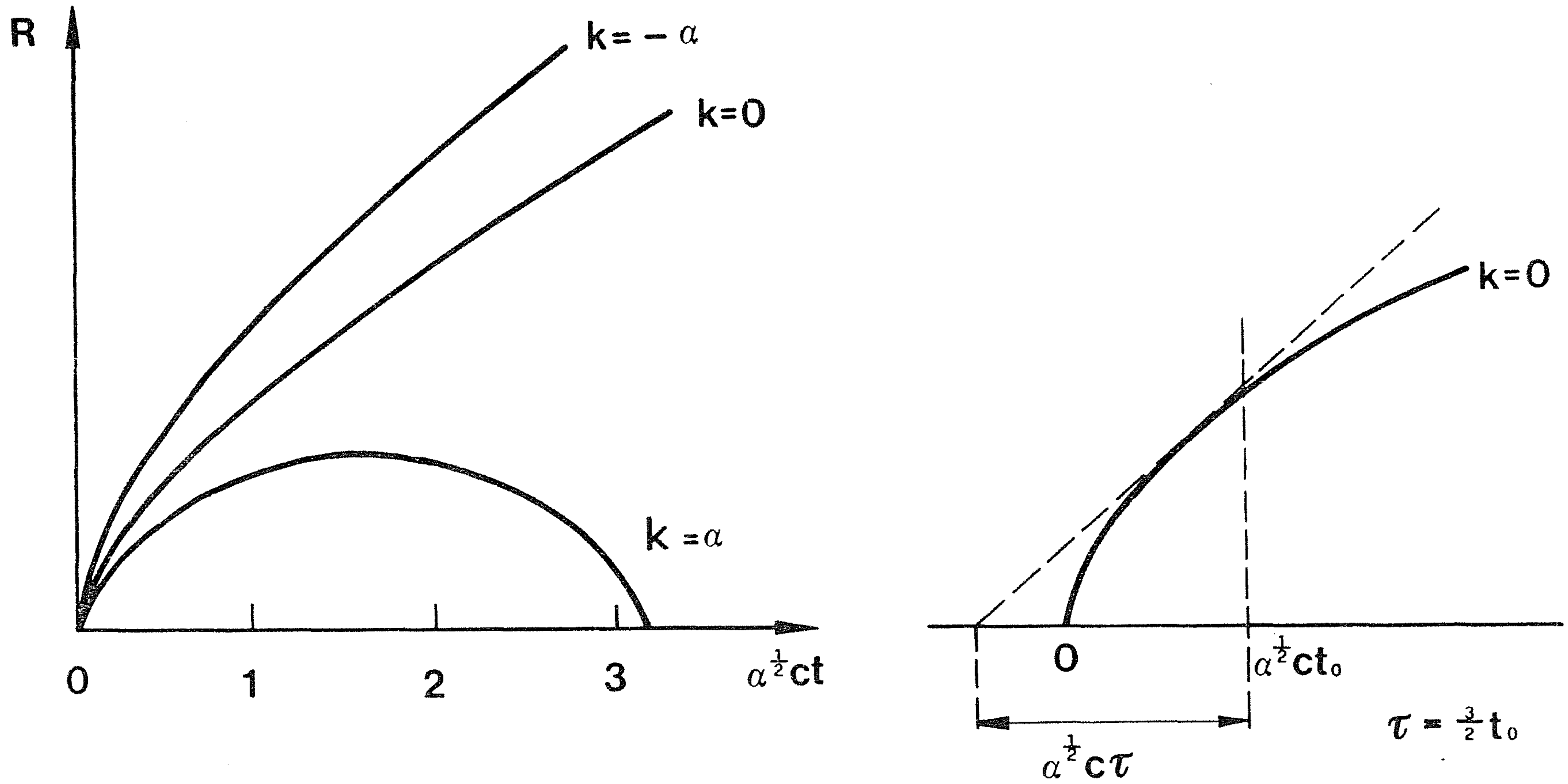
c

Sl. 2. Izmerjena spektralna gostota energijskega toka v prasevanju v odvisnosti od valovne dolž.ne. Med valovnima dolžinama 1 cm in 20 cm je mogoče meriti na površini Zemlje. Pri večji valovni dolžini prevlada sevanje iz naše Galaksije in pri manjši valovni dolžini sevanje vodne pare iz ozračja. Tri leve točke so dobljene z *Dickejevim radiometrom*, desna pri valovni dolžini 2,6 mm pa z merjenjem *radiometrom*, desna pri valovni dolžini 2,6 mm pa z merjenjem absorpcijske črte molekul cianogena CN. Sklenjena krivulja podaja spekter črnega telesa pri 2,7 K (a) [13]. — Z radiometrom primerjajo gostoto energijskega toka iz antene v obliki roga z gostoto energijskega toka, ki ga seva črno telo pri temperaturi tekočega helija. Preklopnik preklaplja na primer stokrat na sekundo od antene na črno telo, ojačevalnik pa ojačuje samo nihanje s frekvenco 100 s^{-1}, tako da je napetost na izhodu sorazmerna z razliko obeh gostot energijskih tokov. — Del molekul cianogena v vesoljskih oblakih prahu je zaradi vpliva prasevanja v prvem vrtilnem vzbujenem stanju. Molekule v prvem vzbujenem stanju absorbirajo sestavino z drugo valovno dolžino iz svetlobe zvezd kot molekule v osnovnem stanju. Po razmerju molekul v prvem vzbujenem stanju in molekul v osnovnem stanju je mogoče določiti gostoto energijskega toka v prasevanju. — Pri manjših valovnih dolžinah so merili z interferometrom, ki so ga uporabili kot Fourierov spektrofotometer. Balon je dvignil interferometer na višino okoli 40 km, tako da je ozračje čim manj motilo. Za primerjalno svetilo je služilo črno telo pri temperaturi okoli 1,5 K. Merili so na območju valovnih dolžin od 0,8 mm do 3 mm. Sklenjena krivulja podaja spekter črnega telesa pri 2,8 K, črtkana črta pa napoved za sevanje politenskega okenca, ki je zapiralo posodo z interferometrom (b) [6]. Pri drugem poskusu (balon je imel premer 86 m in interferometer je visel v gondoli 600 m pod njim) so zajeli območje valovnih dolžin od 0,6 mm do 2,5 mm. Velike težave so imeli z izločitvijo sevanja molekul vode, ozona in kisika iz ozračja. Sklenjena črta podaja spekter črnega telesa pri 2,99 K, črtkana pa merske rezultate (c) [7]

Za majhne čase zopet približno velja rešitev (4a). Za velike čase pa je približno

$$R = |k|^{1/2} ct \qquad R \gg a/k$$

Za $k = 0$ (4a) in za $k < 0$ (4c) se vesolje širi brez konca, za $k > 0$ (4b) pa se najprej širi in nato krči (sl. 3). V zadnjem primeru govorimo o *nihajočem vesolju*. V nobenem primeru, za nobeno vrednost koeficienta k ni stacionarnih rešitev.



Sl. 3. Funkcija razširjanja za tri primere: $k = 0$ (4a), $k = a > 0$ (4b) in $k = -a < 0$ (4c). Na desni je nakazan Hubblov čas za primer $k = 0$

Za $k < 0$ prevlada kinetična energija nad gravitacijsko potencialno energijo, za $k > 0$ pa obratno gravitacijska potencialna energija nad kinetično energijo. V mejnem primeru $k = 0$ sta obe energiji po absolutni vrednosti enaki. Za $k > 0$ je vesolje *gravitacijsko vezano*, a za $k \leqq 0$ ni gravitacijsko vezano.

Enačba (3) in njene rešitve ustrezajo enačbi in rešitvam pri izstrelitvi izstrelka z Zemlje navpično navzgor. Izstrelek se vrne na Zemljo, če je njegova hitrost manjša od ubežne hitrosti in prevlada gravitacijska potencialna energija nad kinetično (4b). Izstrelek pa ubeži z Zemlje, če je njegova hitrost večja od ubežne hitrosti in prevlada kinetična energija nad gravitacijsko potencialno energijo (4c) ali je njegova hitrost enaka ubežni hitrosti in sta obe energiji po absolutni vrednosti enaki (4a).

V vseh primerih je vrednost funkcije $R(t)$ v začetnem trenutku $t = 0$ enaka nič. Povprečna gostota snovi (3a) $\rho(t) = \rho_0 R^{-3}(t)$ naraste tedaj preko vsake meje. Za zdaj se zadovoljimo z ugotovitvijo, da kaže ta *singularnost* na zelo majhno in zelo gosto vesolje na zgodnji razvojni stopnji.

Mera za hitrost razširjanja vesolja je

$$\dot{R}/R = 1/c\tau$$

τ je Hubblov čas, pred katerim bi se začelo razširjanje vesolja, če bi se vesolje razširjalo ves čas enako. Za $k = 0$ ugotovimo, da je

$$\tau = \tfrac{3}{2}\, t \tag{5a}$$

V tem primeru je poteklo $t = \frac{2}{3}\tau$, torej 12 milijard let, odkar se je vesolje začelo razširjati. Pri tem smo vstavili za Hubblov čas 18 milijard let. Za $k > 0$ je hitrost razširjanja manjša in velja

$$\tau > \tfrac{3}{2}\, t \tag{5b}$$

tako da je poteklo manj kot 12 milijard let, odkar se je vesolje začelo razširjati. Za $k < 0$ je hitrost razširjanja večja in velja

$$\tau < \tfrac{3}{2}\, t \tag{5c}$$

tako da je poteklo več kot 12 milijard let, odkar se je vesolje začelo razširjati.

V vseh treh primerih se razširja vesolje pojemajoče. Mera za pojemanje razširjanja je *parameter* q:

$$q = -\ddot{R}R/\dot{R}^2 = -(\ddot{R}/R)\, c^2\tau^2 = \tfrac{1}{2}\, a c^2 \tau^2 / R^3$$

Za $k = 0$ dobimo $$q = \tfrac{1}{2} \tag{6a}$$

Za $k > 0$ pojema razširjanje vesolja izraziteje in je

$$q > \tfrac{1}{2} \tag{6b}$$

Za $k < 0$ pa pojema razširjanje vesolja počasneje in je

$$q < \tfrac{1}{2} \tag{6c}$$

Mejno vrednost parametra q spravimo v zvezo s povprečno gostoto snovi v vesolju. Vstavimo $\alpha = 8\pi G\rho_0/3c^2$ in upoštevamo, da je $R(t_0) = 1$, pa imamo *mejno povprečno gostoto snovi*:

$$\rho_m = 3/8\pi G\tau^2$$

S Hubblovim časom 18 milijard let sledi

$$\rho_m = 5 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg/m^3}$$

Temu ustrezajo nekako trije vodikovi atomi na kubični meter. Če bi bila povprečna gostota snovi v vesolju večja od mejne gostote ρ_m, bi bilo vesolje gravitacijsko vezano ($k > 0$). Če bi bila enaka mejni gostoti ρ_m ali manjša od nje, pa vesolje ne bi bilo gravitacijsko vezano ($k \leqq 0$).

Za zdaj ni mogoče navesti zanesljive eksperimentalne vrednosti za povprečno gostoto snovi v vesolju, ki bi rabila za primerjavo z mejno gostoto ρ_m. Navedemo lahko približno *povprečno gostoto sevajoče snovi*. Po izsevu vesoljskih teles posredno sklepamo na njihovo maso. Seštejemo mase vseh vidnih teles v znani prostornini in delimo s to prostornino pa dobimo

$$\rho_{sevajoče\ snovi} \approx 2 \cdot 10^{-28}\ \mathrm{kg/m^3}$$

Podatek je navedel O. J. H. Oort 1958.

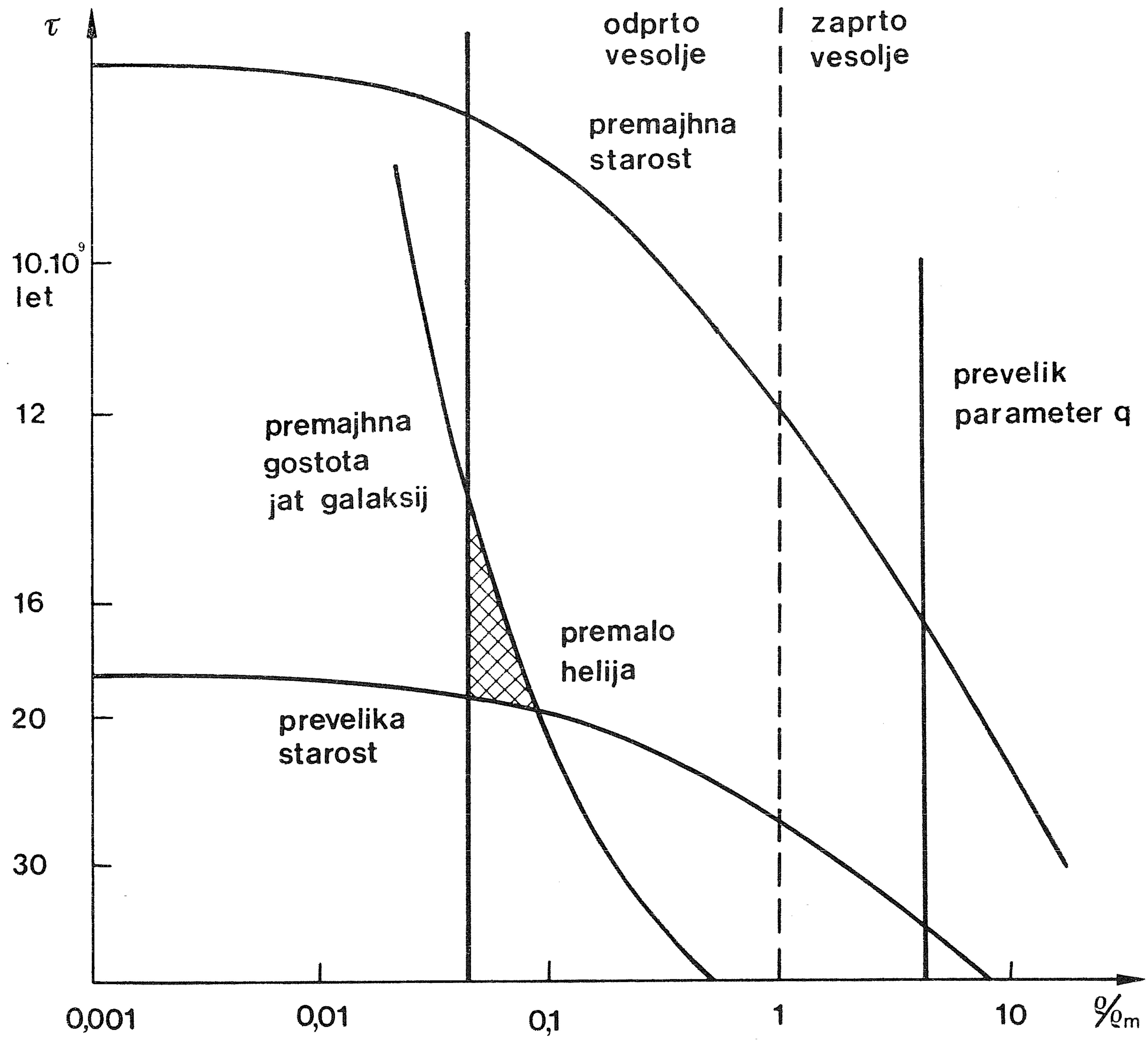
Povprečna gostota snovi v vesolju je najbrž večja. Privzemimo, da so galaksije v kateri od bližnjih jat, na primer v jati v Devici, med seboj gravitacijsko vezane. Ne vemo zanesljivo, ali je to res ali ne. Vendar je privzetek smiseln, ker bi se namreč v nasprotnem primeru galaksije iz jate v doglednem času, recimo v dobrih milijon letih, razbežale. S tem privzetkom ocenimo zgornjo mejo za polno energijo jate galaksij in po njej skupno maso jate. Če so namreč galaksije v jati gravitacijsko vezane, je absolutna vrednost skupne potencialne energije večja kot skupna kinetična energija. Po tej poti dobimo za maso oceno, ki je do petindvajsetkrat večja od mase sevajoče snovi. S tem smo se dotaknili *vprašanja manjkajoče snovi*. Manjkajoča snov bi lahko bila v galaksijah, na primer celo v obliki črnih lukenj.

Ob vsem tem pa niti ni gotovo, da je zbrana vsa snov v galaksijah. Morda je je precejšen del porazdeljen po medgalaktičnem prostoru. Ta *medgalaktična snov* bi lahko bila v obliki atomskega vodika in helija, ioniziranega vodika, prahu... Po sevanju pri valovni dolžini 21 cm je mogoče sklepati, da je gostota vodikovih atomov v medgalaktičnem prostoru precej manjša kot 3 atomi na kubični meter, kar ustreza mejni gostoti ρ_m. Tak sklep sledi tudi iz opazovanja absorpcije najizrazitejše črte L_α Lymanove serije z valovno dolžino 1216 Å. Merjenja gostote vodikovih ionov so precej manj zanesljiva. Če bi bila temperatura plina v medgalaktičnem prostoru med $5 \cdot 10^5$ K in 10^6 K, bi pri današnjem stanju merske tehnike ne mogli zaslediti niti deset protonov in deset elektronov na kubični meter. Tudi prah bi v medgalaktičnem prostoru le stežka zaznali. Pri skrajnih predpostavkah je gostota snovi v medgalaktičnem prostoru

$$\rho_{medgalaktična\ snov} \lesssim 10^{-25}\ \mathrm{kg/m^3}$$

Po manj zadržani oceni, ki pa je vezana na nekatere teoretične predpostavke, je meja stokrat manjša.

K povprečni gostoti snovi v vesolju prispevajo tudi kozmični delci (kvečjemu 10^{-30} kg/m³), energija magnetnega polja (kvečjemu 10^{-32} kg/m³) in energija sevanja ($\rho_{sev} = 10^{-30}$ kg/m³).



Sl. 4. Hubblov čas v odvisnosti od povprečne gostote snovi v vesolju. Krivulje ustrezajo zgornji in spodnji meji pri raznih presojah. Najverjetnejši vrednosti ležita na osenčenem območju: gostota snovi naj bi bila manjša kot 0,1 ρ_m, Hubblov čas pa naj bi meril od 13 do 19 milijard let. Po teh podatkih naj bi bilo vesolje odprto in koeficient k manjši od nič [9], vendar pri tem niso upoštevali manjkajoče snovi

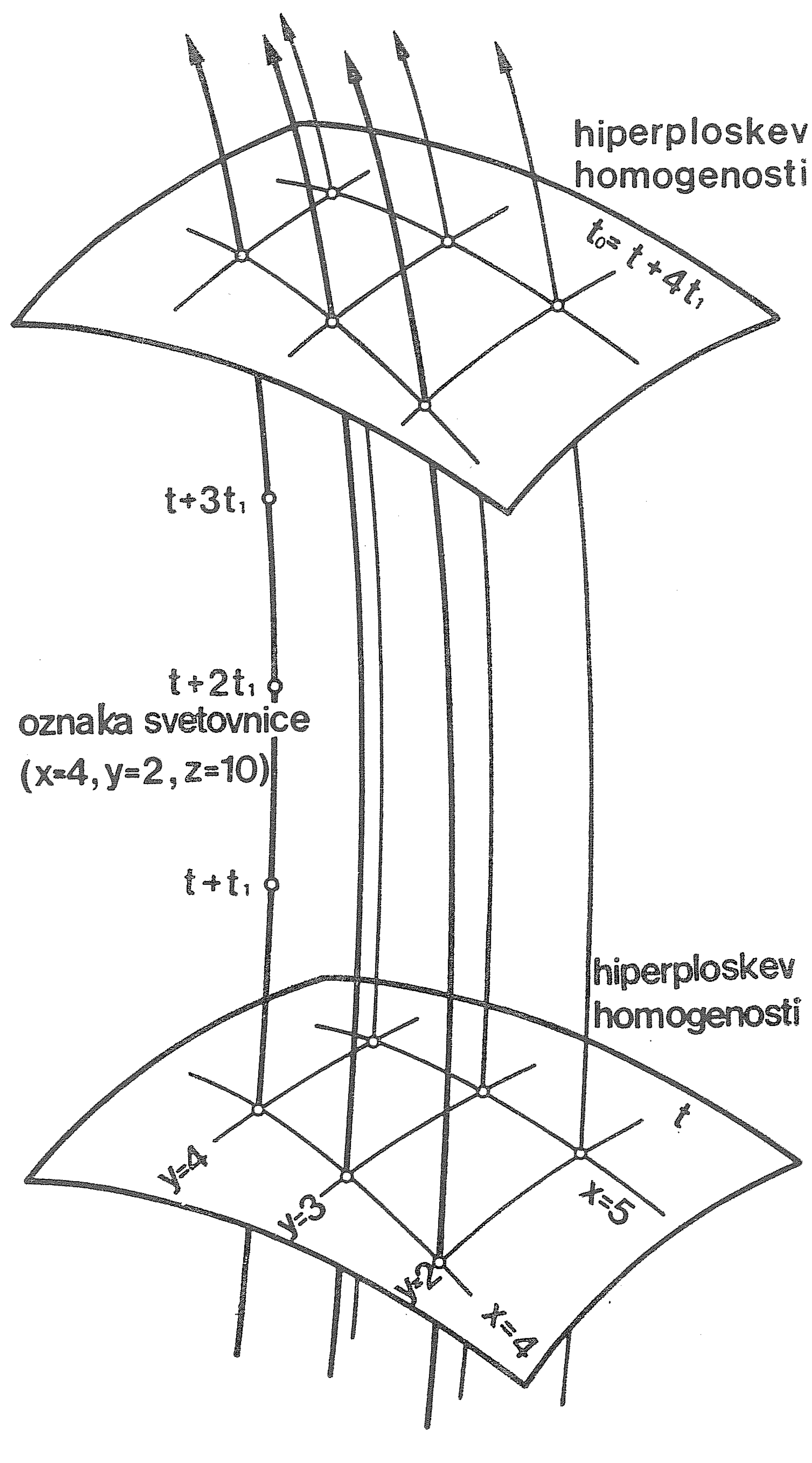
Preglednica 1. Gravitacijsko vezano vesolje (zaprto vesolje) [1]

današnja povprečna gostota snovi	$1{,}5 \cdot 10^{-26}$ kg/m³
Hubblov čas	20 milijard let
današnji radij	13 milijard svetlobnih let
najmanjša povprečna gostota snovi	$5 \cdot 10^{-27}$ kg/m³
polovična perioda	30 milijard let
največji radij	19 milijard svetlobnih let
masa snovi v vesolju	$5{,}7 \cdot 10^{53}$ kg, kar ustreza masi $3{,}4 \cdot 10^{80}$ vodikovih atomov

Za zdaj se moramo zadovoljiti z ugotovitvijo, da po povprečni gostoti snovi ni mogoče presoditi, ali je vesolje gravitacijsko vezano ali ne. Sedanji podatki — posebno če upoštevamo kot podatek za povprečno gostoto snovi kar gostoto sevajoče snovi — nekoliko bolj podpirajo gravitacijsko nevezano vesolje (*odprto vesolje*) (sl. 4). Kljub temu se precej astrofizikov nagiba k mnenju, da je vesolje vendarle gravitacijsko vezano (*zaprto vesolje*). Preglednica 1 vsebuje podatke, ki tudi niso nezdružljivi z rezultati opazovanj, upoštevajo pač možnost, da je povprečna gostota snovi znatno večja od izmerjene gostote sevajoče snovi.

Modeli v splošni teoriji relativnosti. Čeprav je model Newtonove mehanike pripravno izhodišče za nadaljnja razglabljanja, ima resne pomanjkljivosti. V njem ima oblak prahu odlikovano središče in mejo, to pa nasprotuje kozmološkemu načelu. Poleg tega vanj ne moremo vključiti obravnavanja elektromagnetnega valovanja. Modeli splošne teorije relativnosti nimajo teh pomanjkljivosti.

V tej teoriji ustreza gravitacijskemu polju štirirazsežni ukrivljeni prostor, ki ga opišemo z metričnim tenzorjem. Vanjo ne moremo prevzeti trditve iz Newtonove mehanike, da je vesolje homogeno, če je v izbranem trenutku enako, opazovano iz katerega koli predela, saj zgubi čas svoj prejšnji pomen. Izbranemu trenutku ustreza v splošni teoriji relativnosti trirazsežna krajevna hiperploskev. To je *hiperploskev homogenosti*, na kateri imata povprečna gostota snovi in ukrivljenost konstantni vrednosti. V vsaki jati galaksij si zamislimo opazovalca, ki poveže izhodišče svojega opazovalnega sistema s težiščem jate. Ti opazovalni



Sl. 5. Risba kaže — v treh razsežnostih — svetovnice izhodišč opazovalnih sistemov, v katerih mirujejo težišča jat galaksij. Na »hiperploskvah homogenosti« je razpredena »trirazsežna« krajevna koordinatna mreža; tri krajevne koordinate označujejo svetovnico, četrta pa lastni čas na njej [1]. Ti opazovalni sistemi spominjajo na koordinatne sisteme, ki jih včasih vpeljemo v hidrodinamiki: v njih mirujejo izbrani deli tekočine in njihova izhodišča se gibljejo po tokovnicah

sistemi se gibljejo skupaj z jatami galaksij. Izhodišče vsakega od njih, to je težišče vsake jate, se giblje po svoji svetovnici in ura v njem meri lastni čas tiste jate (sl. 5). Zaradi izotropnosti morajo biti za takega opazovalca ob lokalnih merjenjih vse smeri enakovredne. Hiperploskev homogenosti se tedaj zanj ujema s *hiperploskvijo izbranega lastnega časa.*

Za opisani primer mora imeti kvadrat razmika dveh dogodkov obliko

$$ds^2 = -c^2dt^2 + R^2(t)d\sigma^2 \tag{7a}$$

Enačba se razlikuje od ustrezne enačbe v posebni teoriji relativnosti le po zgradbi drugega člena na desni strani. $ds^2 = R^2(t)d\sigma^2$ je kvadrat razmika med izbranima dogodkoma, recimo med težiščema dveh jat galaksij, na dani hiperploskvi homogenosti.

Geometrijo na hiperploskvi homogenosti določata zahtevi po homogenosti in izotropnosti. Na tej hiperploskvi ne sme biti ne odlikovane točke ne odlikovane smeri. To privede do izraza

$$d\sigma^2 = (dx^2 + dy^2 + dz^2)/[1 + \tfrac{1}{4}k(x^2 + y^2 + z^2)]^2 \tag{7b}$$

Pri tem ima k vlogo *parametra ukrivljenosti.* Za $k = 0$ je trirazsežna hiperploskev ravna, za $k \neq 0$ pa ukrivljena in sicer je ukrivljenost pozitivna, če je k pozitiven, in negativna, če je k negativen. Koordinate x, y, z samo označujejo izbrano svetovnico, se pravi izbrano jato galaksij, tako da je $d\sigma^2$ za vsak par jat konstanten.

Razmik med dvema jatama galaksij ob lastnem času t_0 je tedaj z razmikom teh dveh jat ob prejšnjem lastnem času t_i povezan z enačbo

$$ds_{t_0}/ds_{t_i} = R(t_0)/R(t_i) \tag{8}$$

ki sledi iz zveze $(ds_{t_0})^2/(ds_{t_i})^2 = R^2(t_0)d\sigma^2/R^2(t_i)d\sigma^2$. Razmik narašča z lastnim časom, če je $R(t_0) > R(t_i)$. Funkcija $R(t)$ ima enako vlogo, kot jo je imela funkcija razširjanja v Newtonovi mehaniki; zanjo kar obdržimo to ime.

Poudariti je treba, da prizadene razširjanje samo razdalje, na katerih gravitacijsko polje homogenega vesolja prevlada nad gravitacijskimi ali drugimi polji, ki so posledica lokalnih nehomogenosti. Zemlja se giblje na primer v lokalnem gravitacijskem polju Sonca. Sonce ukrivi prostor z ukrivljenostjo, ki jo ocenimo z $1/l_\odot \approx (2Gm_\odot/c^2r^3)^{1/2}$, če je $m_\odot$ masa Sonca in r razdalja od njegovega središča. V bližini Sonca je ta ukrivljenost velika, na dovolj velikih razdaljah — večjih kot nekako 500 svetlobnih let — pa jo premaga povprečna ukrivljenost vesolja. Le-ta je konstantna na hiperploskvi homogenosti in jo ocenimo z $1/l_{vesolje} \approx 1/c\tau = H/c = 1/18$ milijard svetlobnih let. Razširjanje vesolja tedaj prizadene razdalja med težišči jat galaksij, a ne prizadene manjših razdalj, na primer razdalje Zemlja—Sonce. Prav tako ne prizadene razsežnosti atomov. Zaradi tega lahko vsak opazovalec, ki se giblje skupaj s težiščem jate galaksij, po stari navadi meri dolžine z metrom, ki je definiran z valovno dolžino kriptonove svetlobe, in lastni čas s sekundo, ki je definirana z nihajnim časom cezijevega elektromagnetnega valovanja.

Na sedanji razvojni stopnji je snov v vesolju v povprečju redka, gravitacijsko polje v povprečju šibko in tlak zanemarljiv. Zato ne preseneti, da ima enačba gibanja, ki jo dobimo v splošni teoriji relativnosti, enako obliko kot enačba (3) v Newtonovi mehaniki. Kot v Newtonovi mehaniki velja rešitev (4a), če je $\rho = \rho_m$ in $k = 0$, rešitev (4b), če je $\rho > \rho_m$ in $k > 0$ ter rešitev (4c), če je $\rho < \rho_m$ in $k < 0$. V splošni teoriji relativnosti pa imajo te rešitve še drugačen pomen. Za $k < 0$, ko sledi razširjanju vesolja krčenje, je hiperploskev homogenosti končna. Tedaj je končna tudi »prostornina vesolja«. Vesolje je v tem primeru *zaprto.* Za $k \leqq 0$, ko se vesolje venomer razširja, pa njegova »prostornina« ni končna, v tem primeru je vesolje *odprto.* Čas τ in parameter q obdržita svoj prejšnji pomen.

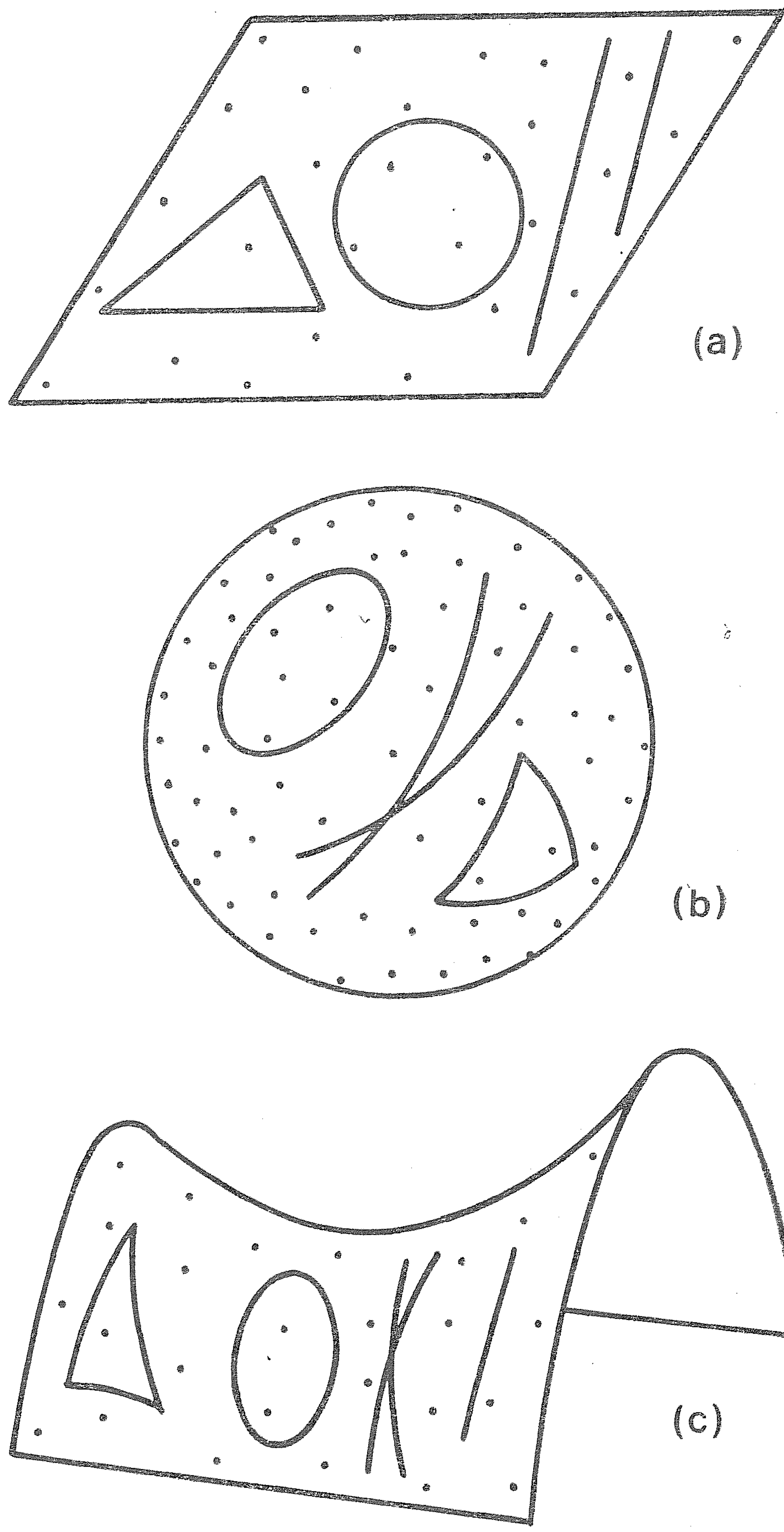
Trirazsežnih hiperploskev si ne moremo nazorno predstavljati. Pri ponazarjanju si zato pomagamo s ploskvami z eno razsežnostjo manj. Da si dvorazsežne ploskve predočimo, jih

Sl. 6. Ponazoritev vesolja z dvodimenzionalnimi ploskvami [9]. Ravnina ustreza ravnemu odpretmu vesolju s koeficientom $k = 0$ (a). V ravnini je vsota kotov trikotnika enaka π, razmerje med obsegom kroga in premerom je enako π, razmerje med ploščino kroga in kvadratom radija je enako π, skozi dano točko je mogoče načrtati k dani premici natanko eno vzporednico.

Površina krogle ustreza zaprtemu vesolju s koeficientom $k > 0$ (b). Na površini krogle je »premica« glavni krogelni krog; vsota kotov trikotnika je večja kot π, razmerje med obsegom kroga in premerom je manjše kot π, razmerje med površino kroga in kvadratom radija je manjše kot π, skozi dano točko ni mogoče načrtati nobene vzporednice k dani »premici«.

Sedlasta ploskev ustreza ukrivljenemu odprtemu vesolju s koeficientom $k < 0$ (c). Na sedlasti ploskvi je vsota kotov trikotnika manjša kot π, razmerje med obsegom kroga in premerom je večje kot π, razmerje med površino kroga in kvadratom radija je večje kot π, skozi dano točko je mogoče načrtati neskončno vzporednic k dani »premici«.

Dvorazsežne ploskve vložimo v trirazsežni prostor, da jih laže proučujemo. Dvorazsežni opazovalci ostanejo vezani na površino krogle, ravnino ali sedlasto ploskev.



vložimo v trirazsežni prostor (sl. 6). Zaprtemu vesolju ustreza površina krogle, odprtemu pa za $k = 0$ ravnina in za $k < 0$ približno sedlasta ploskev (ta ima odlikovano točko — sedlo —, na trirazsežni hiperploskvi z negativno ukrivljenostjo pa so vse točke enakovredne). Zaprtemu vesolju ustreza preprosta nazorna predstava. Vzemimo okrogel balon in prilepimo nanj kovance, tako da so enakomerno razporejeni po površini balona. Vsak kovanec ustreza jati galaksij. Ko balon enakomerno napihujemo, se veča razdalja med izbranima kovancema. Vsi kovanci so enakovredni: opazovano z vsakega izmed njih, se vsi drugi kovanci oddaljujejo. Opazovalcu na vsakem kovancu se zdi, da je v središču razširjanja.

V modelih splošne teorije relativnosti ni težav s središčem ali z mejo. Prav vse točke vesolja so zares enakovredne, kakor zahteva kozmološko načelo. Tudi elektromagnetno valovanje neprisiljeno vgradimo v model. Vzemimo, da je bil na neki jati galaksij ob lastnem času t_i izsevan svetlobni blisk in ob poznejšem lastnem času t_0 sprejet v naši jati. Zaradi razširjanja vesolja se valovna dolžina svetlobe poveča sorazmerno z razdaljo:

$$\lambda'/\lambda = 1 + z = R(t_0)/R(t_i) \tag{9}$$

To je *kozmološki rdeči premik* spektralnih črt. Samo za majhne relativne premike, to je za majhne časovne razmike $t_0 - t_i$, sledi enačba $z = Hl/c$, ki nastane z združitvijo (1) in (2). Za večje relativne premike velja (glej dodatek 1):

$$z = Hl/c + \tfrac{1}{2}(1 + q)(Hl/c)^2 + \ldots \tag{10}$$

Za Hubblovo konstanto H in parameter q je treba vstaviti njuni vrednosti ob sedanjem lastnem času t_0. Merjenja so zelo zahtevna in nezanesljiva, a jasno kažejo, da je parameter q

večji od nič: $q = 1 \pm \frac{1}{2}$. Po tem je mogoče sklepati, da se vesolje zares razširja pojemajoče, ni pa mogoče ugotoviti, ali je zaprto ali odprto.

Enačbe gibanja v splošni teoriji relativnosti so *Einsteinove enačbe polja* (1916). A. Einstein je obravnaval v idealiziranem primeru vesolje kot trirazsežno kroglo (1917). Da bi dobil stacionarne rešitve, je dodal svojim enačbam *kozmološki člen* s *kozmološko konstanto*. W. de Sitter je 1917 prvi postavil zahtevo po homogenosti in izotropnosti vesolja. A. A. Friedmann (1922) in G. Lemaitre (1927) sta podrobno raziskala homogene in izotropne modele vesolja. E. A. Milne in W. H. McCrea sta 1934 spoznala, da dajo *Friedmannove enačbe*, ki sledijo iz Einsteinovih enačb polja, enake rešitve kot Newtonovi zakoni, dokler je tlak zanemarljiv. H. P. Robertson in A. G. Walker sta 1935 neodvisno drug od drugega ugotovila, da je metrika (7) najsplošnejša možnost, ki se sklada z zahtevo po homogenosti in izotropnosti.

Ognjena krogla in veliki pok

Doslej smo se izognili vprašanju o začetni razvojni stopnji vesolja. Pri razpravljanju o njej izhajamo od vesolja, kakršno se nam kaže danes: gostoto snovi ocenimo z $\rho_0 \approx 10^{-27}$ kg/m^3, gostoto snovi, ki ustreza energiji sevanja, pa z $\rho_{0\,sev} = 10^{-30}$ kg/m^3. V preteklosti sta bili gostoti snovi in sevanja večji. Za časovno odvisnost gostote snovi velja enačba (3a):

$$\rho(t) = \rho_0/R^3(t)$$

Za gostoto snovi, ki ustreza energiji sevanja, pa velja enačba

$$\rho_{sev}(t) = \rho_{0\,sev}/R^4(t)$$

saj je treba upoštevati še zmanjšanje energije fotonov zaradi kozmološkega rdečega premika.

V zgodovini vesolja je bilo obdobje, v katerem je bilo sevanje gostejše od snovi. Obe gostoti sta bili enaki v trenutku, v katerem je veljalo $R(t) = \rho_{0\,sev}/\rho_0 = 10^{-3}$. Iz enačbe (4a) sledi za ta trenutek ocena $\tau(10^{-3})^{3/2}$, to je več stotisoč let, ali previdneje od 10^5 do 10^6 let. Temperatura sevanja je sorazmerna z $\rho_{sev}{}^{1/4}$, to je z $1/R(t)$. Temperatura

$$T = T_0/R(t)$$

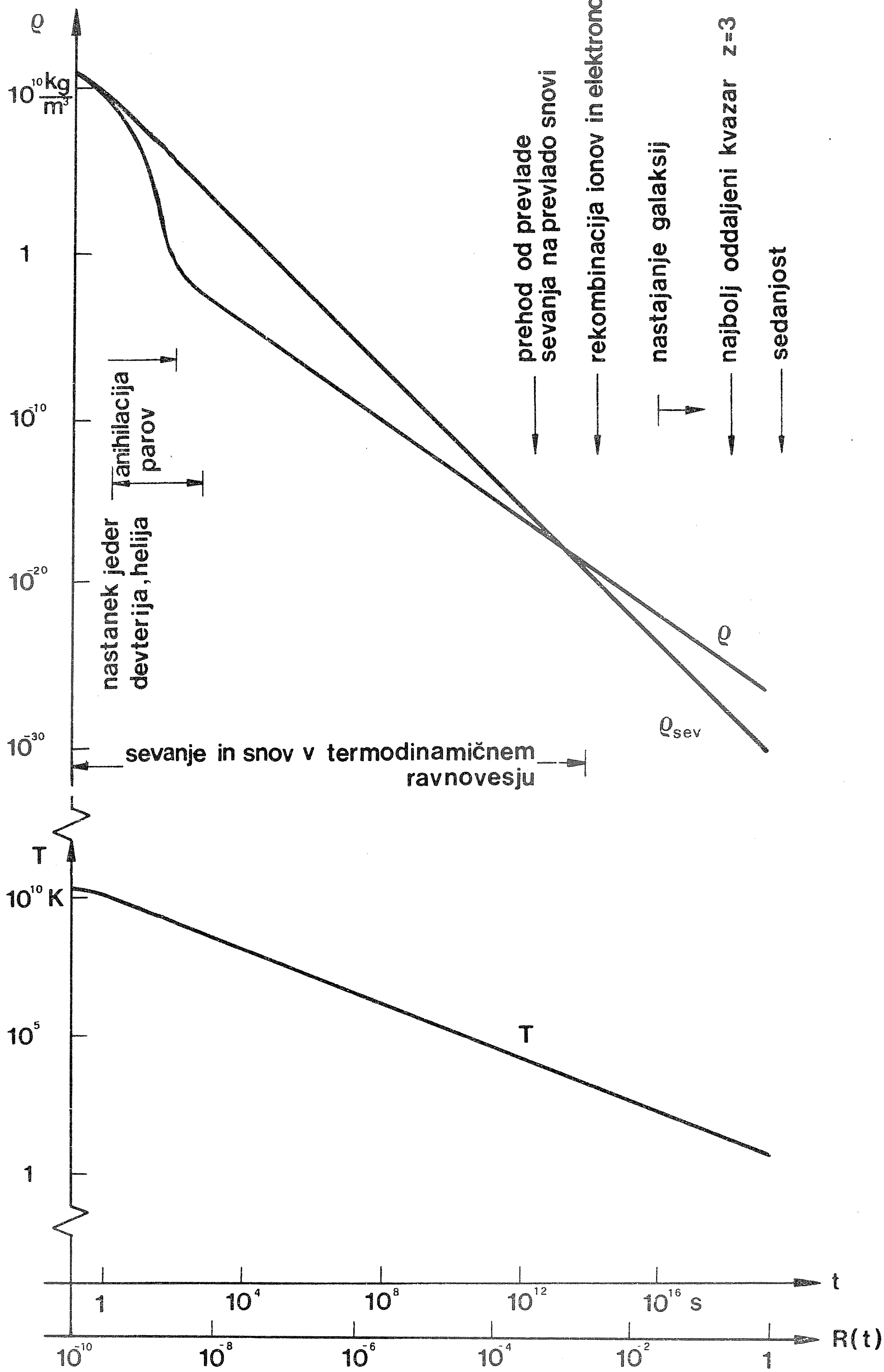
je merila v navedenem trenutku več 10^3 K, če vzamemo za T_0 okoli 3 K. V bolj oddaljeni preteklosti sta bila snov in sevanje v termodinamičnem ravnovesju. To pomeni, da so se fotoni v času, v katerem se razmere niso znatno spremenile, velikokrat sipali na delcih.

Še prej je bilo sevanje tako gosto, da ne moremo več pustiti vnemar njegovega tlaka. Če upoštevamo ta tlak, dajo Einsteinove enačbe polja za majhne čase rešitev $R(t) \propto t^{1/2}$ (glej dodatek 2). Temperatura v tem obdobju je bila tedaj

$$T = A/t^{1/2}$$

s konstanto A okoli 10^{10} Ks$^{1/2}$. Ker je povprečna kinetična energija delca zaradi termičnega gibanja $k_BT = k_BA^2t^{1/2}$ z Boltzmannovo konstanto k_B, je pripravna konstanta $k_BA = 1$ s$^{1/2}$MeV.

Še ko se je vesolje razvijalo 10^5 do 10^6 let, je bila temperatura več tisoč kelvinov in je bila snov ionizirana. Po 1 s razširjanja pa je bila temperatura nad 10^{10} K in povprečna kinetična energija okoli 1 MeV. Tedaj so pri trkih med delci nastajali pari elektron-pozitron. Po 10^{-6} s razširjanja je bila povprečna kinetična energija okoli 1 GeV in so pri trkih med delci nastajali pari nukleon-antinukleon. Pri še večji temperaturi so nastajali pari hiperonov in drugi neobstojni delci. V dovolj gostem gravitacijskem polju lahko rodijo pare delec-antidelec celo hitri posamični delci, kot rodijo na primer hitri elektroni v električnem polju jeder pare elektron-pozitron. Čim bolj gremo v preteklost, tem gostejša in tem bolj nenavadna postaja snov.



Sl. 7. Okvirna časovna odvisnost gostote snovi ρ, gostote sevanja ρ_{sev} in temperature T v vesolju [1]

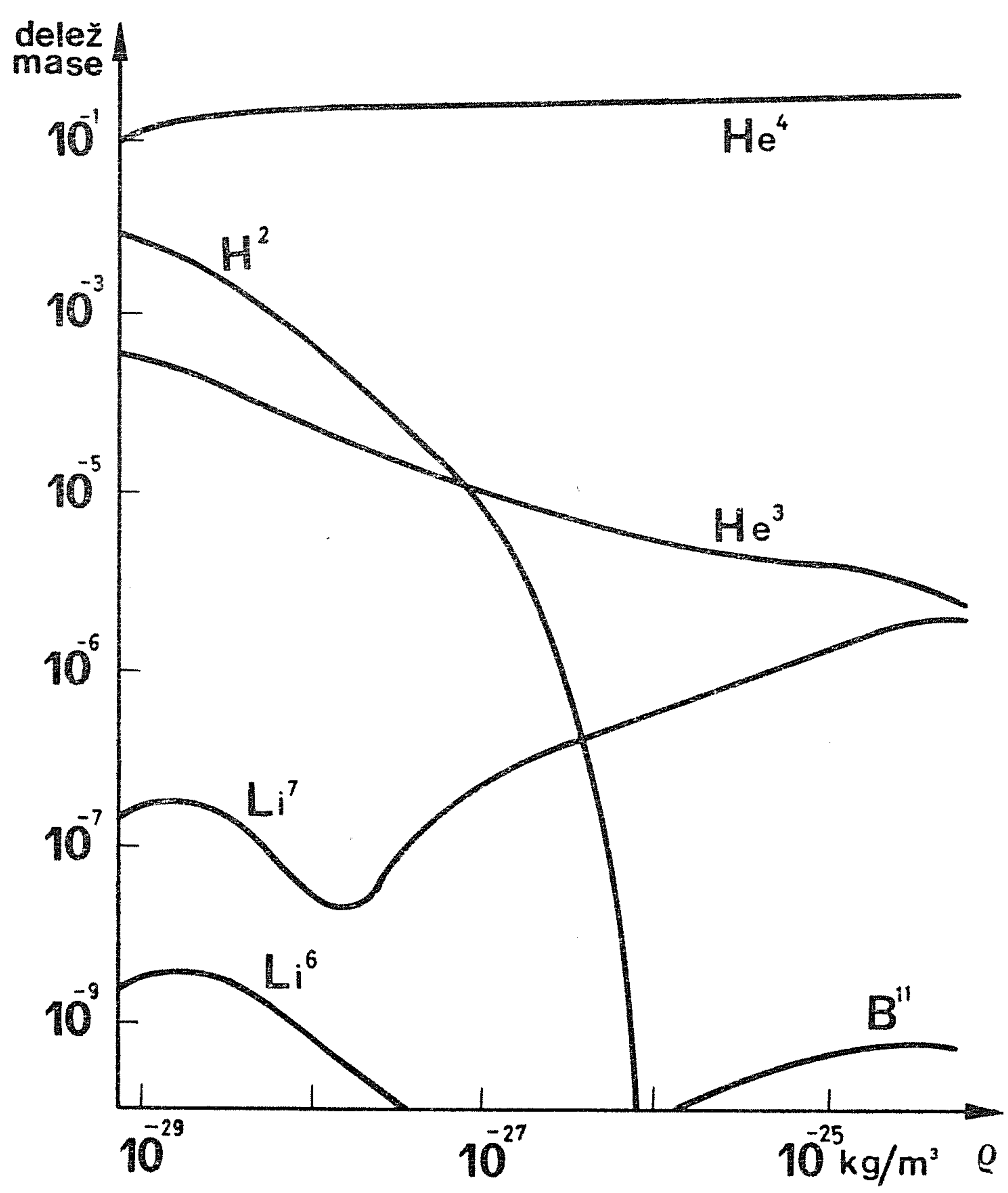
Domnevamo, da snov ne more postati poljubno gosta. Nekvantna splošna teorija relativnosti vsekakor preneha veljati zaradi kvantnih pojavov na manjših razdaljah od $l_g \approx (\hbar G/c^3)^{1/2} \approx 10^{-35}$ m. Tej razdalji ustrezata čas $l_g/c \approx 10^{-43}$ s in gostota $\hbar/l_g^4 c = c^5/\hbar G^2 \approx 10^{97}$ kg/m³. Za oceno smo vzeli najpreprostejše kombinacije konstant $\hbar$, c in G s pravo enoto.

Preglednica 2. Razvojne stopnje vesolja [7]

t	R	ρ	ρ_{sev}	T	stopnja
do 10^{-43} s					kvantna
do 10^{-4}	10^{-13}	10^{12} kg/m^3	10^{23} kg/m^3	10^{13} K	hadronska
do 1	10^{-10}	10^{2}	10^{8}	10^{10}	leptonska
do 10^5 do 10^6 let	10^{-3}	10^{-17}	10^{-17}	10^{3}	sevalna
do 10^{10} let	1	10^{-27}	10^{-30}	3	zvezdna

Prehodimo zdaj še enkrat razvojno pot vesolja (sl. 7 in preglednica 2). Na zelo zgodnji razvojni stopnji je bilo *pravesolje* zelo majhno, zelo gosto, zelo vroče in se je naglo razširjalo. S tem povezujemo imeni *prvotna ognjena krogla* (angl. primeval fireball) in *veliki pok* (angl. big bang). Na *kvantni razvojni stopnji* so prevladovali kvantni pojavi. Tedaj so bili v ravnovesju gravitoni, to je delci gravitacijskega polja, nevtrini, neobstojni hadroni, to je delci v močni interakciji, sevanje in drugi delci. Ko se je vesolje razširjalo in ohlajalo ter je postajala snov redkejša, so postali najprej neodvisni od preostalega dela vesolja gravitoni gravitacijskega valovanja in nato nevtrini. Razpadli so tudi neobstojni hadroni. Naposled so se anihilirali še nukleoni in antinukleoni. Tako se je končala *hadronska razvojna stopnja* in se je začela *leptonska.* Prišlo je do nastanka atomskih jeder devterija in helija. Dotlej je bila namreč gostota zelo hitrih protonov tolikšna, da so razbili vsako jedro, brž ko je nastalo. Na koncu te razvojne stopnje so se anihilirali še elektroni in pozitroni. Pozneje snov ni bila več tako gosta, da bi se fotoni dovolj pogosto sipali na delcih in je postalo elektromagnetno valovanje neodvisno od snovi. Začela se je *sevalna razvojna stopnja.* Še pozneje se je začela *zvezdna razvojna stopnja,* v kateri so nastali iz ionov in elektronov atomi vodika, devterija in helija. Prej so namreč imeli fotoni tolikšno energijo, da so ionizirali atome, brž ko so nastali. Zdaj so se začeli zgoščati oblaki plina, nastale so zvezde in galaksije. Po vsej verjetnosti so morale obstajati neenakomernosti, na katerih se je začelo zgoščanje, že na prejšnjih razvojnih stopnjah.

Težji elementi od devterija in helija in morda še litijevega izotopa Li^7 so nastali šele v zvezdah (sl. 8). Težji elementi od ogljika so nastali zelo verjetno pri eksplozijah supernov. Da ni mogel nastati ves helij, kar ga je danes v vesolju, v zvezdah in je nastal prej, pokaže preprost račun. Če bi krile zvezde prav vso oddano energijo z zlivanjem jeder vodika v jedra helija, bi prišel danes 1 atom helija na okoli 160 atomov vodika. Merjenja pa kažejo, da pride en atom helija na 11 atomov vodika.



Sl. 8. Delež mase lahkih elementov v vesolju v odvisnosti od povprečne gostote snovi [14]. Izmerjenemu deležu helija okoli 0,3 in deležu devterija okoli 10^{-5} ustreza povprečna gostota snovi okoli 10^{-27} kg/m^3. Tudi deleži drugih elementov ležijo pri tej gostoti v bližini izmerjenih vrednosti. To zbuja zaupanje v model, čeprav ne moremo zanesljivo določiti današnje povprečne gostote snovi in ne poznamo še marsikatere druge podrobnosti

Napovedi modela o tem, kdaj so nastale prve zvezde in kdaj so eksplodirale prve supernove, lahko vsaj okvirno preverimo. Zvezde v *krogelnih kopicah*, ki obdajajo disk naše Galaksije, imajo komaj 0,01% do 0,1% atomov, težjih od helija. Te zvezde so zelo stare in modeli o razvoju zvezd dajo zanje starost nad deset milijard let [11].

Podrobnejši modeli, v katerih upoštevamo vse mogoče jedrske reakcije, napovejo razmerje med deležema dveh izotopov težjih elementov. Ti elementi izvirajo od eksplozij zelo težkih supernov na začetku zvezdne razvojne stopnje. Merske podatke dajo meteoriti, ki so najbrž nastali iz ostankov supernov. Merijo koncentracijo nekaterih radioaktivnih izotopov v meteoritih. Po razmerju števila atomov dveh izotopov ocenimo čas, ki je potekel od eksplozij supernov, saj vemo, kako razpadajo radioaktivni izotopi. Tako dobimo po razmerju ^{232}Th in ^{238}U sedem milijard let, po razmerju ^{235}U in ^{238}U 6,7 milijarde let in po razmerju ^{244}Pu in ^{232}Th 5,1 milijarde let [12]. Najstarejše zvezde so torej nastale, ko se je vesolje že nekaj časa razširjalo. Prve supernove so eksplodirale znatno po nastanku najstarejših zvezd. Oboje se sklada z modelom.

Najbolj zgodnje razvojne stopnje vesolja se nismo izogibali samo zato, ker ne poznamo dobro razmer v izredno gosti snovi. Upoštevati moramo tudi dejstvo, da je opazovalec vedno del vesolja in razvoja vesolja ne more opisovati od zunaj, kakor opisuje na primer razvoj zvezde. V vesolju ni moglo biti živih opazovalcev pred zvezdno razvojno stopnjo. Kljub temu je smiselno govoriti o času na prejšnjih razvojnih stopnjah, če najdemo pojav, ki določa potekanje časa. Ker ni bilo planetov, dokler niso nastale zvezde, za kaj takega ne moremo izkoristiti kroženja planeta okoli zvezde, na primer Zemlje okoli Sonca. Ker so težja atomska jedra nastala v zvezdah, ne moremo izkoristiti niti cezijevega elektromagnetnega valovanja niti radioaktivnega razpada težkih jeder. Tako naletimo pri približevanju k »trenutku 0« na težave tudi po tej plati. Ko bomo čedalje več vedeli o izredno gosti snovi, bomo morda prodrli k manjšim časom. Za zdaj pa ne smemo prehitevati razvoja astrofizike in po vsej sili postavljati vprašanj, na katere še ni odgovora.

Omenimo možnost, da ne bi bilo mogoče definirati časa do »trenutka 0« s končnim številom pojavov, ki so osnova za merjenje. V tem primeru bi »trenutek 0« ne imel globljega fizikalnega pomena. Na vprašanje »Od kdaj se razširja vesolje?« bi bilo tedaj najbrž treba odgovoriti »Od nekdaj«. Ta odgovor je podoben odgovoru na vprašanje »Kje se je nahajalo pravesolje?« — »Povsod.« Ni namreč smiselno govoriti o prostoru, če ni snovi.

V svojem razglabljanju smo zagrešili še neko nedoslednost, ki je tudi povezana z dejstvom, da vesolje nima okolice. Enačba gibanja za sistem z okolico dopušča več mogočih rešitev, izmed katerih z začetnim pogojem ali kakim drugim pogojem izberemo pravo. Tako na primer določa začetna hitrost, ali se bo izstrelek vrnil na Zemljo ali jo bo zapustil. Vesolje pa nima okolice in je vsak opis, ki vključuje začetni pogoj ali kak drug pogoj, le zasilen. Med pogoje te vrste sodi tudi pogoj, po katerem se odločimo za eno izmed možnosti $k > 0$, $k = 0$ ali $k < 0$. Prava teorija o vesolju ne sme vsebovati ne začetnega ne kakega drugega pogoja. Razvoj vesolja mora v njej slediti kot nujnost. Čeprav te zahteve razumemo, pa sedanja razvojna stopnja znanosti o vesolju ne dopušča, da bi se ravnali po njih.

Druge poti

Doslej smo se držali poti, ki se zdi večini astrofizikov najboljša. Nekateri astrofiziki pa jo odklanjajo in ubirajo druge. Iščejo nove zakone ali popravke starih, ne da bi imeli za to pravo osnovo v rezultatih merjenj in opazovanj.

Omenimo *stacionarne modele vesolja*, v katerih se zdi vesolje enako opazovalcu v vsakem njegovem delu in ob vsakem času. Pristaši takih modelov odklanjajo osnovno načelo. Mednje je spočetka — 1917 — sodil tudi A. Einstein. Preden je bil znan Hubblov zakon, je vpeljal kozmološki člen s kozmološko konstanto. Pozneje pa je prišel do prepričanja, da je ta člen nepotreben. F. Hoyle ter H. Bondi in T. Gold so 1948 predložili stacionarni model, ki predpostavlja neprestano nastajanje snovi. Kolikor snovi uide iz izbranega dela vesolja zaradi razširjanja, toliko naj bi je v tem času v njem nastalo. Energijo za nastanek delcev naj bi krila energija svetlobe. Pri tem bi bili prekršeni nekateri izmed zakonov, ki veljajo za reakcije med delci v laboratoriju.* Odkar so odkrili prasevanje in ugotovili, da je parameter q od nič različen, stacionarni modeli niso več v časteh.

H. Alfven in O. Klein zagovarjata od 1962 *hierarhični model vesolja*. Ne sprejemata kozmološkega načela in trdita, da je vesolje v bistvu nehomogeno. V ravnem prostoru so jate galaksij združene v večje jate, te v še večje itd. Tudi proti temu modelu govori prasevanje, čeprav ga poskušajo pojasniti kot lokalni pojav, ki naj bi bil nekako omejen na našo Galaksijo [15].**

Nekateri astrofiziki dvomijo o posameznih eksperimentalnih ugotovitvah in jih pojasnjujejo po svoje. Omeniti moramo pristaše »*utrujene svetlobe*« [8]. Ti privzamejo obstoj skalarnega delca z zelo majhno lastno maso, ne da bi imeli za to kako eksperimentalno osnovo. Sipanje na teh delcih naj bi jemalo fotonom energijo in bi bilo krivo za večji del kozmološkega rdečega premika. Vesolje bi se razširjalo mnogo počasneje, kot sledi iz Hubblovega zakona. Domnevi nasprotuje dejstvo, da niso slike zelo oddaljenih vesoljskih teles razmazane in črte v njihovih spektrih močno razširjene. Pričakovali bi namreč, da se pri sipanju na skalarnih delcih ne spremenita smer in energija vseh fotonov enako.

Dejstvo, da obstaja v kozmologiji več nasprotujočih si modelov, ni presenetljivo. Veliko je namreč še nerešenih vprašanj. S tem se moramo na današnji stopnji razvoja znanosti o vesolju pač sprijazniti. Vendar se že kažejo obrisi celovite podobe o vesolju in njegovem razvoju, če se opiramo na rezultate opazovanj in merjenj. Pričakujemo lahko, da bodo nova merjenja in opazovanja odkrila podrobnosti in dele podobe, ki so danes še zastrti.

Dodatek 1. Pri izvajanju enačbe (9) upoštevamo, da potuje svetloba po ničelni geodetiki, na kateri je razmik med dogodkoma vedno enak nič: $ds = 0$. Vpeljemo trirazsežni polarni koordinatni sistem, ki ima izhodišče v naši jati ob sprejemniku na Zemlji. Osi usmerimo tako, da leži geodetika skozi našo jato in sevajočo jato radialno. Tedaj je $d\sigma = d\chi$, če je χ koordinata, ki ustreza radiju. Dogodek ob izsevanju je $(t_i, -\chi_i, \vartheta_i, \varphi_i)$ in dogodek ob sprejetju $(t_0, \chi_0 = 0, \vartheta_0 = \vartheta_i, \varphi_0 = \varphi_i)$.

Za opazovalca ob svetilu je valovna dolžina $\lambda = c(t_{i1} - t_i)$, če se izseva ob t_i valovni vrh in ob t_{i1} naslednji valovni vrh. Svetovnici obeh valovnih vrhov sta $\chi - (-\chi_i) = \chi + \chi_i = \int_{t_i}^{t} c\,dt/R(t)$ in $\chi - (-\chi_i) = \chi + \chi_i = \int_{t_{i1}}^{t} c\,dt/R(t)$. Sprejetju valovnih vrhov ustrezata koordinati $\chi_0 + \chi_i = \chi_i = \int_{t_1}^{t_0} c\,dt/R(t)$ in $\chi_0 + \chi_i = \chi_i = \int_{t_{i1}}^{t_{01}} c\,dt/R(t)$. Enačba (9) sledi iz razlike obeh prejšnjih enačb: $0 = \int_{t_{i1}}^{t_{01}} c\,dt/R(t) - \int_{t_i}^{t_0} c\,dt/R(t) = \int_{t_0}^{t_{01}} c\,dt/R(t) - \int_{t_i}^{t_{i1}} c\,dt/R(t) = c(t_{01} - t_0)/(Rt_0) - c(t_{i1} - t_i)/R(t_i) = \lambda'/R(t_0) - \lambda/R(t_i)$.

Razdaljo obeh jat vpeljemo kot

$$l = R(t_0)(\chi_0 - (-\chi_i)) = R(t_0)\chi_i = R(t_0)\int_{t_i}^{t_0} c\,dt/R(t)$$

Funkcijo razširjanja razvijemo v vrsto

$$R(t) = R(t_0)\left[1 + H(t - t_0) - \tfrac{1}{2} qH^2(t - t_0)^2 + \ldots\right]$$

* Vesolje bi bilo stacionarno, če bi nastal en atom vodika na leto v 1 km^3. Priznati moramo, da tako majhne prekršitve zakona o ohranitvi števila barionov in zakona o ohranitvi števila leptonov v laboratoriju ne bi mogli zaznati. Po astronomskih merjenjih bi tedaj lahko ugotovili odstopanje od obstoječih zakonov, ki ga v laboratoriju na Zemlji ne bi mogli ugotoviti.

** Pred kratkim je H. Afven nekoliko spremenil svoje stališče. Prasevanja ne poskuša več pojasniti kot lokalen pojav. Sodi pa, da je nastalo v vesolju, ki je bilo precej hladnejše in precej redkejše kot domnevajo za pravesolje. H. Afven, A. Mendis, *Interpretation of observal cosmic microwave background radia = 18 tion*, Nature **266** (1977) 698.

Prva dva člena upoštevamo v integralu in dobimo

$$l = \int_{t_i}^{t_0} cdt/[1 + H(t - t_0)] = \int_{t_i}^{t_0} [1 - H(t_0 - t)]\, cdt = c(t_0 - t_i) + \tfrac{1}{2} Hc(t_0 - t_i)^2$$

ali

$$c(t_0 - t_i) = l - \tfrac{1}{2} Hl^2/c$$

Tudi izraz za relativni premik razvijemo v vrsto

$$z = [R(t_0) - R(t_i)]/R(t_i) = [H(t_0 - t_i) + \tfrac{1}{2} H^2 (t_0 - t_i)^2 + \ldots]/[1 - H(t_0 - t_i) + \ldots] =$$
$$= H(t_0 - t_i) + (1 + \tfrac{1}{2} q) H^2 (t_0 - t_i)^2 \ldots$$

Enačbo (10) dobimo iz tega, ko vstavimo izraz za $c(t_0 - t_i)$.

Dodatek 2. Izpeljimo enačbo za vesolje v zgodnji razvojni stopnji, na kateri je treba upoštevati tudi tlak. Namesto enačbe (3) imamo v splošni teoriji relativnosti dve enačbi

$$\dot{R}^2 - 8\pi G\rho R^2/3c^2 = -k \qquad 2\ddot{R}R + \dot{R}^2 + 8\pi GR^2 p/c^3 = -k \tag{11}$$

če tlak ni zanemarljiv. V tem primeru gostota ρ ni tako preprosto povezana s funkcijo razširjanja, kot je bila prej (3a).

Mimogrede se prepričamo, da sledi iz enačbe (11) enačba (3), če postavimo $p = 0$. Drugo enačbo pomnožimo z $\dot{R}$, integrirajmo in po primerjavi $\dot{R}R^2 = -kR +$ konst. s prvo ugotovimo, da je konst. $= 8\pi G\rho \int R^3/3c^2$ (3a). Vse je tako, kot je bilo v Newtonovi mehaniki.

Na sedanji razvojni stopnji vesolja zagotovo ni treba upoštevati tlaka, saj je zdaj gostota snovi ρ_{sev}, ki ustreza energiji sevanja, okoli tisočkrat manjša od gostote snovi. Kadar je obratno, pa ni mogoče zanemariti tlaka. Za sevanje črnega telesa velja $p = \frac{1}{3} \rho_{sev} c^2$. V drugo enačbo vstavimo kar $p = \frac{1}{3} \rho c^2$, če je ρ zdaj skupna gostota snovi in sevanja. Obe enačbi seštejemo:

$$R\ddot{R} + \dot{R}^2 = -k$$

Iz tega sledi $R = (\text{konst.}\, t - kt^2)^{1/2}$ in za majhne čase približno

$$R \propto t^{1/2}$$

LITERATURA

[1] C. W. Misner, K. S. Thorne, J. A. Wheeler, *Gravitation*, San Francisco, W. H. Freeman & Co. 1973.

[2] D. W. Sciama, *Modern Cosmology*, Cambridge, University Press 1971.

[3] V. L. Ginzburg, *Key Problems in Physics and Astrophysics*, Moskva, Mir Publ. 1976.

[4] M. P. Ryan, L. C. Shepley, *Resource Letter RC — 1 Cosmology*, Am. J. Phys. **44** (1976) 223.

[5] J. Strnad, *Relativnost*, Ljubljana, Mladinska knjiga 1969.

[6] E. I. Robson, D. G. Vickers, J. S. Huizinga, J. E. Beckman, P. E. Clegg, *Spectrum of the Cosmic Background Radiation Between* 3 *mm and* 800 *μm*, Nature **251** (1974) 591.

[7] D. P. Woody, J. C. Mather, N. C. Nishioka, P. L. Richards, *Measurement of the Spectrum of the submillimeter Cosmic Background*, Phys. Rev. Letters **34** (1975) 1036.

[8] N. Nottale, J.-C. Pecker, J.-P. Vigier, W. Yourgrau, *La constante de Hubble mise en question*, Recherche **7** (1976) 529.

[9] J. R. Gott, J. E. Gunn, D. N. Schramm, B. M. Tinsley, *Will the Universe Expand Forever*? Scientific American **234** (3) (1976) 62. B. M. Tinsley, *The Cosmological Constant and Cosmological Change*, Phys. Today **30** (1977) 32 (5).

[10] N. Rowan-Robinson, *Controversy over the Extragalactic Distance Scale*, Nature **264** (1976) 603.

[11] I. Iben, *Globular-Cluster Stars*, Scientific American **221** (1) (1970) 27.

[12] D. N. Schramm, *The Age of the Elements*, Scientific American **230** (1) (1974) 69.

[13] P. J. E. Peebles, D. T. Wilkinson, *The Primeval Fireball*, Scientific American **215** (6) (1967) 28.

[14] D. N. Schramm, R. V. Wagoner, *What Can Deuterium Tell Us*? Phys. Today **24** (12) (1971) 41.

[15] H. Alfven, *La cosmologie, mythe ou science*? Recherche 7 (1976) 610.

Obzornik mat. fiz. 24 (1977) 4

KAKO NAJ VKLJUČIMO ASTRONOMIJO V POUK FIZIKE?

IVAN KUŠČER

UDK 52:371.3:53

Astronomijo so v naših srednjih šolah nekdaj poučevali kot poseben predmet, kasneje pa kot poseben dodatek k fiziki ali porazdeljeno med posamezna njena poglavja. Zadnja varianta se zdi, da v večji meri prispeva k celovitemu razumevanju naravnih zakonov.

HOW ASTRONOMY CAN BE INCORPORATED IN PHYSICS TEACHING

Astronomy in our high schools was earlier taught as a special subject, and later either as a supplement to physics or alternatively distributed among the chapters of physics. The latter option seems to make a better contribution to a unified view of the laws of Nature.

O pouku astronomije v srednji šoli ne razpravljamo prvikrat. Saj so ga uvedli že pred vojno v 6. razredu gimnazije, in sicer pod naslovom kozmografija. Zaradi rime se je nekaterim zdelo, da je to odrastek geografije, kar se je marsikje odražalo v kadrovski zasedbi in v načinu poučevanja. Na srečo pa smo imeli odličen učbenik Lava Čermelja in ponekod za učitelje strastne amaterske astronome. Med njimi je bil matematik in fizik Silvo Breskvar, ki nas je učil na tedanji realki. Čeprav je spočetka tudi on zapravljal čas s filatelijo nebesnih koordinatnih sistemov, nas je znal pritegniti s kasnejšimi poglavji.

Po osvoboditvi je bila astronomija dolgo pozabljena, najbrž zaradi svoje neuporabnosti. Da so v tistih časih odgovorni ljudje gledali znanost in šolo samo skozi naočnike uporabnosti, je najbolje dokazal novinar z raco ob otvoritvi astronomskega observatorija na Golovcu, češ da bo služil našemu kmetijstvu.

Šele kasneje se je oglasilo naše društvo z opozorilom, da je zametavanje astronomije v ostrem nasprotju z zahtevo, da naj šola tudi pomaga mlademu človeku pri oblikovanju njegovega pogleda na svet. Opozorilo je bilo upoštevano in astronomijo so potlej priključili pouku fizike v zadnjem razredu gimnazije. Tako je bil volk sit in koza cela, če je s kozo mišljenja astronomija, z volkom pa vsi tisti, ki so se upravičeno bali, da bi se preobilno število predmetov in predmetičev še nadalje večalo. Sitost je bila seveda samo navidezna, kajti dejansko je astronomija dobila posebne ure, kolikor si jih učitelj ni prilastil za samo fiziko.

Večkrat smo se potem pogovarjali, ali ne bi kazalo astronomijo zares vključiti v pouk fizike, ne pa da jo lepimo k nji kot nekakšno slepo črevo. Med sestavljalci zadnjega in žal nikdar potrjenega učnega načrta sta zmagala želja po integraciji in prepričanje, da bo pouk z njo dosti pridobil. Mnenje, da je astronomija od fizike ločena znanost, je namreč dobro le še za administrativne namene. Saj je raziskovanje materije v vesolju komaj kaj bolj odmaknjeno od glavnega toka fizike kot raziskovanje atomskih jeder.

Nedonošeni koncept učnega načrta vsi poznate in ga zato ne kaže ponavljati. Rad bi pa podrobneje pokazal, kako se dajo posamezna poglavja astronomije s pridom vključiti v ta koncept. Skoraj vse, kar je šola doslej dajala v astronomiji, pride pri tem na vrsto, čeprav v hudo spremenjenem vrstnem redu. Ravno to pa se zdi raje dobro kot slabo.

Vpletel bom tudi nekaj reči iz geofizike (vendar za zdaj brez meteorologije in fizikalne oceanografije), kolikor se zdi, da bi lahko sodile v pouk fizike. Veliko tega lahko posreduje učitelj samo informativno, ne da bi na vsakem področju preizkušal znanje. Kar je zanimivo, učenci radi poslušajo, tudi če ni za cvek.

Zgodovinskega razvoja astronomije se ne bom dotaknil, čeprav skupaj z zgodovino fizike nujno spada v srednješolski pouk. O tem bi nemara morali razpravljati na kakem izmed prihodnjih seminarjev.

Na začetku astronomskih učbenikov najdemo poglavja, ki so fiziki tuja in ki bi jih bilo treba vključiti v pouk matematike ali zemljepisa. Geograf že tako govori o obliki in velikosti Zemlje, o njenem vrtenju, o navideznem gibanju Sonca, o letnih časih in podobnem. Ko razlaga koordinatni sistem na Zemlji, naj doda kaj malega o koordinatah na nebu in o zvezdnih kartah. Resno računanje s temi koordinatami — če je sploh potrebno — pa bi imelo pomen le kot aplikacija sferne trigonometrije, če bi ta kdaj spet prodrla v srednješolsko matematiko.

V uvodnih poglavjih fizike je za vključevanje astronomije razmeroma malo možnosti. Vendar naj bi pri razgovoru o merjenju razdalj omenili razdalje v vesolju, zlasti njihovo določevanje iz letnih paralaks. Z nekaj podatki o dejanskih razdaljah že lahko posredujemo surovo statično sliko o bližnji in daljnji vesoljski okolici.

Ko razpravljamo o trenju, bi morda kazalo omeniti lepenje in zatikanje med deli zemeljske skorje kot vzrok potresov. Drugič pa se potresov spomnimo v poglavju o valovanju.

Prva resnejša priložnost za razpravo o astronomskih problemih se ponudi pri gravitacijskem zakonu. Ob njem se pogovorimo o gibanju planetov in satelitov (tudi umetnih), izpeljemo 3. Keplerjev zakon ter izračunamo mase Zemlje, Sonca in dvojnih zvezd. Tu učenci prvič slišijo, da veljajo za telesa v vesolju enaki zakoni kot na Zemlji. Pri prepletanju astronomije s fiziko se da to lepše poudariti kot pri ločenem poučevanju. Lahko še dodamo besedo o galaksijah in povemo, da se vrtijo po enakih zakonih kot planetni sistem. Prikaz učinkovito podpremo z zbirko diapozitivov.

Pri sili curka razlagamo v eni sapi pogon ladij, letal in raket. Učenci bodo radi še kaj slišali o vesoljskih ladjah ter o obiskih na Luni in planetih z njimi.

Za zakon o vrtilni količini imamo najlepši zgled pri gibanju planetov, kjer nosi zakon Keplerjevo ime. Gotovo ne bi bilo prav, če bi samo oddrdrali Keplerjevo ugotovitev, ne da bi sploh povedali, da se pogovarjamo o vrtilni količini. V isto poglavje spada morebitna razprava o precesiji. Kljub mikavnosti pojava pa se človek boji, da to že presega okvir srednje šole.

Pri hidrostatitiki lahko brez hude matematike ocenimo velikostno stopnjo za tlak v notranjosti Zemlje in Sonca. Rezultat kasneje izkoristimo, da s plinsko enačbo in iz znane povprečne gostote Sonca ocenimo temperaturo v njegovi notranjosti. Podobno zanimivo snov za diskusijo nudi temperaturni gradient v zemeljski skorji in njegova ektrapolacija v notranjost. Še marsikak drobiž pride neobvezno na vrsto pri termodinamiki, npr. ocena energije pri udarcih meteorjev. Ob naslonitvi na kinetično teorijo plinov pa lahko pojasnimo, zakaj Luna nima zraka. Pri razgovoru o konvekciji pokažemo na sliki granulacijo sončne površine. Zraven naredimo modelni poskus s konvektivnimi vrtinci v ponvi olja.

Pri elektriki spada opis zemeljskega magnetnega polja v tradicionalni repertoar. Vendar je škoda, če ne omenimo tudi domneve o naravnem dinamostroju v zemeljski notranjosti, ki to polje poraja. Ko opišemo delovanje magnetofona, nas nič ne stane, če omenimo tudi magnetne zapise, ki jih spremembe zemeljskega polja zapuščajo v nastajajočih delih skorje. Nemara bi zašli predaleč, če bi govorili še o magnetnih poljih v medzvezdnem plinu. Pač pa moramo v poglavju o elektromagnetnih valovih omeniti radijsko astronomijo in njene pripomočke.

Razlagi daljnogleda pri geometrijski optiki se da neprisiljeno priključiti razprava o njegovi uporabi in pomenu v astronomiji. Pri fotometriji pride na vrsto sij zvezd in določevanje razdalj na tej osnovi. Ko razlagamo Stefanov zakon, ga vselej izkoristimo, da iz znanih podatkov ocenimo površinsko temperaturo Sonca.

Prav na sredo astrofizike zabredemo tisti hip, ko pokažemo slike zvezdnih spektrov. Ustaviti se je treba že ob temeljnem spoznanju, da so tudi najbolj oddaljena telesa v vesolju narejena iz enakih elementov kot Zemlja in vse, kar je na njej. Šele potem sledijo potankosti, ki jih razberemo s spektrov: hitrost oddaljevanja ali približevanja, temperatura in morda še kaj. S Hertzsprung-Russelovim diagramom pa raje počakamo.

Pri jedrskih reakcijah ne smemo zamolčati, da zvezde iz njih črpajo svojo energijo. V istem poglavju vpletemo še besedo o radioaktivnem gretju zemeljske notranjosti in na drugem mestu o kozmičnih žarkih.

Izmed pomembnih poglavij astronomije manjkajo po vsem tem samo še zamisli o nastanku in razvoju Osončja in zvezd ter morda tudi o razvoju vesoljske materije v velikem. Ker tega ni mogoče stlačiti pod streho tradicionalne fizike, dodajmo čisto novo poglavje. Z njim lahko slovesno in prijetno končamo večletni pouk težavnega in včasih malce dolgočasnega predmeta. O vesolju se bodo učenci še vedno radi pogovarjali, pa čeprav bo že maj zadnjega leta njihovega srednjega šolanja.

Po obsegu snovi in po številu ur bo astronomija slej ko prej zaostajala za drugimi poglavji fizike in najbrž je tako prav. Velik pa je relativni idejni delež, ki ga ugotovimo, ko preštevamo najbolj pomembne strokovne cilje pouka. Zdi se, da je imela fizika po starem samo tri takšne cilje: energijski zakon, elektromagnetno valovanje in atomsko strukturo snovi. Četrti cilj, ki je z idejnega vidika posebno pomemben, je sedaj še pogled v vesolje.

K prvim trem ciljem peljejo precej ravne, vendar naporne poti. Le malo je daljših izletov na stranske tire: hidromehanika, akustika in geometrijska optika. Na četrti cilj naj bi se z vključevanjem astronomije pripravljali ves čas, čeprav bi mu posebej posvetili šele zadnje poglavje. Zanj pa ne bi smelo zmanjkati časa in navdušenja, ne pri učencih ne pri učiteljih.

Realizacija prikazanega programa zahteva razmeroma malo sredstev. Vsaka šola naj ima primerno zbirko knjig, poleg Scientific Americana še kako astronomsko revijo, razen tega pa daljnogled. Neposrednega vtisa resničnosti, ki ga omogoča že skromen daljnogled, ne morejo nadomestiti ne besede ne slike. Seveda bo potreben nov učbenik; vendar se ga najbrž nihče ne bo upal lotiti, preden reformatorji našega šolstva ne bodo odvozlali, kar so zavozlali.

Najpomembnejši pri vsem tem so učitelji, kajti brez njihovega požrtvovalnega dela in navdušenja ne bi mogli nikamor. Ko bodo lahko delali v bolj prijetnih okoliščinah in ko jih ne bodo več ovirale nepotrebne nevšečnosti, se bo marsikaj dalo izpeljati. Takrat bo namreč učiteljev dovolj, ker sposobni mladi ljudje ne bodo več bežali pred tem lepim, čeprav težkim poklicem.

ALI SO OSNOVNE KONSTANTE SPREMENLJIVE?

Navadno nam še na misel ne pride, da bi bile osnovne konstante, na primer osnovni naboj e_0, Planckova konstanta h ali gravitacijska konstanta G, lahko spremenljive. Nekateri fiziki in astrofiziki pa trdijo, da se zelo počasi spreminjajo s časom. Tako spreminjanje bi imelo daljnosežne posledice za zakone narave in posebno za modele vesolja. Razglabljanje o spremenljivosti osnovnih konstant ne spoštuje *osnovnega načela* [1] in sodi med spekulacije, ki se jih večina fizikov in astrofizikov izogiba. S takimi spekulacijami poskušajo posamezniki razširiti znanje na območja, na katerih še manjka izkušenj in podatkov. Sprejmejo nove domneve in obdelajo njihove posledice. Taka pot ni spotakljiva, če na koncu primerjamo posledice z eksperimentalnimi dejstvi in zavržemo domnevo, katere posledice jim nedvoumno nasprotujejo. Že večkrat so fiziki po tej poti prišli do novih spoznanj. Tudi zavržene domneve so lahko koristne. Iskanje in pojasnjevanje eksperimentalnih dejstev, ki jih ovržejo, prispeva k izpopolnitvi znanja in k izboljšanju zanesljivosti, v okviru katere zaupamo obstoječim zakonom.

Tukaj nas zanima *domneva o spremenljivosti osnovnih konstant*, nekatere izmed njenih posledic in to, ali zdržijo primerjavo z eksperimentalnimi dejstvi. Domnevo je sprožil P. A. M. Dirac [2]. Primerjal je nekatera razmerja fizikalnih količin, ki niso odvisna od izbire enot. Razmerje med električno in gravitacijsko privlačno silo med elektronom z maso m_e in protonom z maso m_p v razdalji r je

$$(e_0^2/4\pi\varepsilon_0 r^2):(Gm_e m_p/r^2) = e_0^2/4\pi\varepsilon_0 G m_e m_p = 2{,}3 \cdot 10^{39} \tag{1}$$

Razmerje med časom razširjanja vesolja, ki ga ocenimo s $t = 12$ milijard let, in časom, v katerem preleti svetloba z 2π deljeno Comptonovo valovno dolžino elektrona $(\hbar/m_e c)/c = \hbar/m_e c^2 = 1{,}3 \cdot 10^{-21}$ s, je

$$t:(\hbar/m_e c^2) = t m_e c^2/\hbar = 2{,}8 \cdot 10^{38} \tag{2}$$

Pri tem je $\hbar = h/2\pi$. Velikostni stopnji obeh razmerij sta približno enaki. Pristaši domneve o spreminjanju osnovnih konstant ali *domneve o velikih številih* so prepričani, da to ni naključje in sta razmerji v tesni zvezi, če že nista enaki. Od tega je samo korak do domneve, da razmerje $e_0^2\hbar/4\pi\varepsilon_0 G c^2 m_e^2 m_p$ ali — ker vzamemo masi in hitrost svetlobe za nespremenljive — razmerje

$$e_0^2\hbar/G \tag{3}$$

narašča sorazmerno s časom, kot pač narašča čas razširjanja vesolja. Ugovor, da se približno ujemata zgolj velikostni stopnji razmerij (1) in (2), ne omaja pristašev domneve. Neskladje lahko izvira od slabo izbranih količin, ki jih primerjamo — namesto izbrane časovne enote iz sveta kvantnih delcev bi lahko vzeli drugo, namesto mase elektrona maso piona ali protona — ali od nezanesljivega podatka za čas razširjanja vesolja. Poleg tega bi v pravi zvezi med svetom kvantnih delcev in vesoljem, če bi taka zveza obstajala, lahko nastopil še kak dodatni številski faktor, na primer 2π.

G. Gamow je privzel, da je v razmerju (3) spremenljiv samo osnovni naboj [3]. Njegov kvadrat bi v tem primeru moral naraščati sorazmerno s časom:

$$e_0^2 \propto t \tag{4}$$

Za logaritmični odvod $\delta(e_0^2) = d\ln e_0^2/dt = de_0^2/e_0^2 dt$ pričakujemo tedaj $1/t = 1/12$ milijard let $= 8 \cdot 10^{-11}$ leto^{-1}.

Pred kratkim se je posrečilo izmeriti rdeči premik spektralnih črt vidne svetlobe in radijskih valov z istega vesoljskega telesa — kvazarja A0 0253 + 164. Izmerjena relativna rdeča premika za dublet spektralnih črt ioniziranega magnezija pri valovnih dolžinah 2796 Å in 2803 Å in za vodikovo radijsko črto z valovno dolžino 21 cm sta večja kot $\frac{1}{2}$ in se ujemata na $\pm 10^{-4}$. Kvazar je izseval elektromagnetno valovanje, ki ga danes zaznavamo, pred več kot štirimi milijardami let. Iz tega je mogoče sklepati, da je absolutna vrednost logaritmičnega odvoda $|\delta(\alpha)|$ konstante fine strukture $\alpha = e_0^2/4\pi\varepsilon_0 c\hbar$ manjša kot $0{,}4 \cdot 10^{-11}$ leto^{-1} [4].

Zanimive podatke je dalo odkritje naravnega jedrskega reaktorja izpred 1800 milijonov let v rudniku urana Oklo v Gabonu. Po tem je mogoče sklepati, da se od tedaj niso znatno spremenili absorpcijski preseki za termične nevtrone in energije jedrskih resonanc. To da za $|\delta(\alpha)|$ še stotisočkrat manjšo mejo [5].

Domneva Gamowa (4) torej nasprotuje eksperimentalnim dejstvom. Da bi obveljala zveza (4) ob nespremenljivi konstanti fine strukture, sta J. O'Hanlon in K. K. Tam predlagala [6]:

$$e_0^2 \propto t \quad \text{in} \quad \hbar \propto t \quad \text{in} \quad G \propto t \tag{5}$$

Druga možnost, ki tudi upošteva nespremenljivost konstante fine strukture, pa je [6]:

$$e_0^2 \propto t^{1/2} \quad \text{in} \quad \hbar \propto t^{1/2} \tag{6}$$

Ta možnost nasprotuje eksperimentalnim dejstvom o temperaturi v Zemljini preteklosti, ker napove energijski tok s Sonca, obratno sorazmeren s t^4. Prva možnost pa je nesprejemljiva, ker napoveduje povečevanje gravitacijske konstante.

P. A. M. Dirac je že spočetka privzel, da je v razmerju (3) spremenljiva samo gravitacijska konstanta [2]. Ta bi morala biti obratno sorazmerna s časom

$$G \propto 1/t \tag{7}$$

Za logaritmični odvod $\delta(G)$ pričakujemo tedaj $-8 \cdot 10^{-11}$ leto^{-1}. Nekako tako vedenje gravitacijske konstante predvidevata tudi Jordanova [7] in Brans-Dickejeva teorija gravitacije [8]. Gravitacijska konstanta je od vseh navedenih konstant najmanj zanesljivo izmerjena in tudi meja za njeno relativno časovno spremembo je največja. Po zasledovanju gibanja planetov z radarjem pa so ugotovili, da je $|\delta(G)| < 6 \cdot 10^{-11}$ leto^{-1} [9], kar je komaj združljivo s (7). Nadaljevanje merjenj bo dalo v naslednjih letih še zanesljivejše podatke.

Omenimo še nadaljnji Diracov korak. Število nukleonov v vesolju — cenimo ga na okoli 10^{80} — se po velikostni stopnji približno ujema s kvadratom razmerja (1) ali (2). Iz tega izvajajo sklep, da narašča število nukleonov v vesolju sorazmerno s kvadratom časa. To bi pomenilo, da snov neprestano nastaja, kakor zatrjujejo tudi astronomi in astrofiziki, ki zagovarjajo stacionarni model vesolja [1]. Število nukleonov naj bi naraščalo enakomerno po vsem vesolju (*aditivno nastajanje*) ali sorazmerno z obstoječim številom nukleonov v dani prostornini (*pomnoževalno nastajanje*).

Posamezni astrofiziki kljub nasprotnim razlogom trdijo, da se gravitacijska konstanta zmanjšuje. V tej zvezi navajajo podatke o obhodnem času Lune. Tega zanesljivo izmerijo, tako da določijo trenutke, v katerih se skrije za Luno izbrana zvezda [10]. Ugotovili so, da je relativno povečanje obhodnega časa Lune $(22{,}2 \pm 3{,}5) \cdot 10^{-11}$ leto^{-1}. Večji del spremembe gre na račun zaviranja, ki ga povzroča plimovanje. Preostanek $(7{,}2 \pm 3{,}7) \cdot 10^{-11}$ leto^{-1} pa pripišejo pojemanju gravitacijske konstante. Sklepanje je sporno iz dveh razlogov. Tudi če je relativna sprememba obhodnega časa za dva efektivna odmika resnična, je lahko posledica kakega pojava, ki ga niso upoštevali ali ga še ne poznajo. Poleg tega naraščanja obhodnega časa t_0 ni mogoče neposredno povezati s pojemanjem gravitacijske konstante.

Osnovna domneva (7) da zvezo $\delta(G) = -\frac{1}{2}\delta(t_0)$. Iz nje sledi $\delta(G) = -3{,}6 \cdot 10^{-11}$ leto^{-1}, kar nasprotuje napovedi $-0{,}8 \cdot 10^{-11}$ leto^{-1}. Le če povežemo domnevo (7) s pomnoževalnim nastajanjem snovi, dobimo z napovedjo združljivi rezultat $\delta(G) = -\delta(t_0) = -7{,}2 \cdot 10^{-11}$ leto^{-1}. Če pa povežemo domnevo (7) z aditivnim nastajanjem snovi, dobimo celo zvezo $\delta(G) = \delta(t_0)$, ki napoveduje naraščanje gravitacijske konstante. To je prav tako kot pri domnevi (5) nemogoče uskladiti z eksperimentalnimi dejstvi.

Na prvi pogled se sicer zdi, da lahko katera izmed novih domnev bolje pojasni kak pojav kot obstoječi zakoni. Po skrbnejšem premisleku pa ugotovimo, da sproži nova domneva več vprašanj, kot jih razreši. Domneve o spreminjanju osnovnih konstant so morda zanimive, a so na kaj majavih nogah, če jim postavimo nasproti vsa eksperimentalna dejstva.

Janez Strnad

LITERATURA

[1] J. Strnad, *Vesolje*, Obzornik mat. fiz. **24** (1977) 000.

[2] P. A. M. Dirac, Nature **139** (1937) 523; M. Lachieze-Rey, L. Vigroux, *Les grands nombres: une cle pour l'univers?* Recherche **8** (1977) 166.

[3] G. Gamow, *Electricity, Gravity and Cosmology*, Phys. Rev. Letters **19** (1967) 759.

[4] A. M. Wolfe, R. L. Brown, M. S. Roberts, *Limits on the Variation of Fundamental Atomic Quantities over Cosmic Time Scales*, Phys. Rev. Letters **37** (1976) 179.

[5] I. Šljater, *Direct Test of the Constancy of Fundamental Nuclear Constants*, Nature **264** (1976) 340.

[6] V. P. Čečev, Ja. M. Kramarovsky, *Are the Fundamental Constants Constant?* Contemp. Phys. **13** (1972) 61.

[7] P. Jordan, *Nerešena vprašanja fizike* (prevod), Obzornik mat. fiz. **18** (1971) 104.

[8] J. Strnad, *Nova teorija gravitacije*, Obzornik mat. fiz. **14** (1967) 121.

[9] C. W. Misner, K. S. Thorne, J. A. Wheeler, *Gravitation*, San Francisco, Freeman & Co. 1973, str. 1126; V. B. Braginskij, *Eksperimentalnaja proverka teoriji otnositel'nosti*, Moskva, Izdatel'stvo »Znanie« 1977, str. 28.

[10] T. C. van Flandern, *Is Gravity Getting Weaker?* Scientific American **234** (1976) 44 (2).

VPRAŠANJA

Obzornik za matematiko in fiziko objavlja že od prve številke v letu 1951 vprašanja, na katere naj bi odgovorili bralci. Pred kratkim smo pobrskali po seznamu in ugotovili, da na nekatera vprašanja še ni bilo odgovora. Vprašanja so še danes zanimiva, zato vas ponovno vabimo, da skušate nanje odgovoriti (podatki pomenijo: zaporedno številko vprašanja, **letnik**, stran): 14. **2**, 188; 29. **4**, 96; 37. **5**, 41; 43. **5**, 139; 49. **6**, 187; 50. **7**, 188; 69—74, **10**, 144; 81—85. **10**, 192; 99. **15**, 48; 100. **15**, 48.

Z veseljem bomo objavili tudi nova vprašanja, če nam jih boste poslali.

Ciril Velkovrh

Vprašanje 110

Koliko *različnih* ekvivalenčnih relacij lahko uvedemo v množico X, če je:

a) X končna množica,

b) X neskončna množica.

Dušan Repovš

KAKO BI LAHKO ŠE VKLJUČILI ASTRONOMIJO V POUK FIZIKE?

Astronomija ima kot splošno izobraževalna veda velik pomen pri oblikovanju pogleda na svet. Zanimanje zanjo se pri učencih pokaže v višjih razredih osnovne šole in z leti narašča. Tedaj spoznajo učenci nekaj osnovnih astronomskih pojmov: kaj je Zemlja, Sonce, Luna, planet, zvezda itd. [1]. Razumevanje teh pojmov se razširi in poglobi šele pri fiziki v gimnaziji. Pri tem je poudarek na astrofiziki [2]. Klasična astronomija s pomembnimi dosežki za vsakdanje življenje — merjenjem časa, koledarjem, določevanjem lege nebesnih predmetov in točk na Zemlji itd. — je zapostavljena. Morda ne bi kazalo vseh teh in drugih vprašanj klasične astronomije prepustiti geografiji [2]. Nova spoznanja o vesolju se brez dvoma odražajo tudi v spremenjenem pogledu na pomembnost nekaterih poglavij astronomije.

I. Kuščer je predlagal, da bi vključili astronomijo v pouk fizike »po koščkih« [2]. Izkušnje pa kažejo, da je bolje obdelati vsaj nekatera poglavja, če že ne vse astronomije, »v enem kosu« [3]. Pri tem so pojmi metodično urejeni in učenci dobijo boljši pregled. Seveda obdelamo le temeljne astronomske pojme [3]. Kdor se bolj zanima za astronomijo, naj se vključi v astronomski krožek [4]. Največ pozornosti kaže posvetiti bližnji vesoljski okolici in astronavtiki [3]; učencem pa naj bi približali astronomijo tudi z opazovanji [3].

Podajam predlog za poučevanje astronomije (v glavnem) »v enem kosu«. To je le eden od mogočih predlogov in ni popolnoma nov, čeprav se od predloga [2] razlikuje po razvrstitvi snovi, ima z njim več skupnih potez. Ko pri fiziki predelamo optiko in elektriko in smo tedaj že obravnavali daljnogled, spektralno analizo, radijski teleskop itd. ter omenili metode opazovanja, bi lahko snov razporedili takole:

I. *Bližnja vesoljska okolica* (Osončje) — 9 ur. Tu povemo, kaj leži v Osončju. Dobro obdelamo Sonce in Zemljo.

1. *Sonce*: — splošni podatki in pojavi na Soncu — notranja zgradba in atmosfera — Sonce kot osnovni vir energije in njegov vpliv na Zemljo. 2. *Zemlja*: — splošni podatki — atmosfera in magnetosfera — notranjost (potresi) in starost. 3. *Luna in planeti* (kometi in meteorji — informativno). 4. *Astronavtika*: — gravitacijski zakon in kozmične hitrosti — raketa, dosežki astronavtike in nadaljnje možnosti raziskav [3].

II. *Daljna vesoljska okolica* (zvezde) — 4 ure. Tu povemo, kaj leži zunaj Osončja. Pri pomanjkanju časa na kratko opišemo zvezde kot daljna sonca. Poglavje o kozmologiji bi lahko celo izpustili ali pa ga obdelali zelo skrčeno.

1. *Zvezde*: — razdalja, sij in izsev — barva, temperatura, spektralni tip, radij, masa in vrsta. 2. *Zvezdna združenja*: — zvezdne kopice, medzvezdna snov, Galaksija in druge galaksije — zgradba, meje in starost vesolja.

V I. in II. podkrepimo razlago z diapozitivi [5].

III. *Opazovanja* — 5 ur. Zadnje čase med metodiki astronomije vse bolj prevladuje mnenje, da je bolje iz teorije (npr. iz II.) kaj izpustiti, kot pa se odreči opazovanjem [3]. Opravili bi vsaj nekaj preprostih opazovanj:

1. *brez daljnogleda*: — glavna ozvezdja in zvezde v različnih letnih časih — orientacija po zvezdah (in morda uporaba vrtilne zvezdne karte) — približna določitev krajevnega nebesnega meridiana podnevi in ponoči — Lunine mene itd;

2. *z daljnogledom*: — površje Lune — planeti (predvsem Venera, Mars, Jupiter in Saturn) — Jupitrovi sateliti (morda kometi in meteorji) — Sončeve pege na zaslonu — dvojne zvezde (npr. Mizar) — Plejade — Herkulova kopica — meglica v Orionu, galaksija v Andromedi — Rimska cesta itd. Nekaj opazovanj bi opravili že jeseni (npr. 2 uri), nekaj pa spomladi. Ob opazovanjih lahko učitelj neprisiljeno naveže z učenci razgovor o ozvezdjih (malo mitologije), nebesnih koordinatnih sistemih, določevanju geografskih koordinat, o navideznem gibanju planetov in Sonca (ekliptika); pove kaj zanimivega iz zgodovine astronomije (problem določevanja časa, koledar itd.). Učence peljemo tudi na astronomski observatorij in v planetarij. Na observatoriju izvedo, kaj delajo

astronomi, v planetariju pa neposredno opazujejo umetno nebo in občutijo njegovo navidezno vrtenje, doumejo navidezno premikanje Sonca, Lune in planetov, dobijo predstavo o nebesnih koordinatnih sistemih itd. ter tako deloma spoznajo nekatere osnovne pojme klasične astronomije.

Tako bi predelali snov v 18 urah; od teh naj bi bila ena ura namenjena obisku na astronomskem observatoriju, ena pa obisku v planetariju. Snov bi obdelali v 4. razredu gimnazije v drugem polletju vzporedno s fiziko po eno uro tedensko ali pa po dve uri tedensko v aprilu ali maju kot zaključek fizike »s pogledom v vesolje«.

Marijan Prosén

LITERATURA

[1] *V živem svetu*, Biološka čitanka za višje razrede osnovne šole, Ljubljana, DZS 1972, str. 8 do 19.

[2] I. Kuščer, *Kako naj vključimo astronomijo v pouk fizike*, 15. seminar: Astrofizika, Ljubljana, DMFA SRS 1977, str. 39.

[3] *Razprave o pouku astronomije v SZ*, Zemlja i vselennaja, Moskva, Nauka, letniki 1974 do 1977.

[4] *Naravoslovni krožki*, Ljubljana, PDS 1971, str. 34.

[5] *Diapozitivi iz astronomije in astronavtike*, Sava film, Ljubljana.

RAZPRAVA S POSVETOVANJA O SODOBNIH TEŽNJAH PRI POUKU MATEMATIKE IN FIZIKE OD OSNOVNE ŠOLE DO UNIVERZE

Bernardin 22. 10. 1976

Delovno predsedstvo posvetovanja so sestavljali Janez Ferbar, Fran Dominko in Jože Kotnik.

Janez Ferbar je v začetku opozoril na nekatere glavne misli uvodnih razmišljanj Franceta Križaniča in Antona Moljka: na protislovje šole same, ki zahteva organiziranost na eni strani ter ustvarjalnost učenca in učitelja na drugi; na dilemo, ali naj ima v šolski učni snovi prednost tisto, kar je pomembno za učenčev miselni razvoj, ali tisto, kar je neposredno uporabno. Opozoril je, da na vseh stopnjah šole z istimi delovnimi metodami vzpodbujamo učence k aktivnemu sodelovanju pri pouku. Koordinacija med predmeti na osnovni in srednji šoli je premajhna.

V razpravi je bilo izrečenih več mnenj: nepretrgana reforma je potrebna, šola mora slediti napredku. Obravnavanje snovi pa mora biti prilagojeno otrokovemu razvoju. Matematična znanja so nastajala induktivno, takšna je tudi rast mladega človeka. Brez dvoma bo reforma v osnovni šoli vplivala tudi na srednjo šolo. Reforma pouka matematike in fizike v usmerjenem izobraževanju mora upoštevati naslednje zahteve: učni načrt naj bo tak, da ga bodo v prvi fazi usmerjenega izobraževanja vsi zmogli, obravnavana snov mora navdušiti, da se bodo za predmet učenci odločali še v drugi fazi (Modic, Lep).

Razprava se je dalj časa ustavila ob neskladnosti med matematiko in »novo matematiko«. Slovensko javno mnenje reformi matematike v osnovni šoli ni naklonjeno, dokaz so nekateri članki v časopisih. Zato je prav, da na tem posvetovanju povemo svoje mnenje (Savnik).

»Novo matematiko« smo prenesli iz Nemčije, kjer skušajo zdaj najti ustrezno razmerje med »novo« in »staro« matematiko. Težišče je na aritmetiki, na praktičnem računanju s števili. Pri tem pa ni treba, da bi bil način takšen kot pred sto leti (Prijatelj).

Reforma v osnovni šoli je imela dve temeljni izhodišči — pouk naj bo tak, da bo učenec čim bolj aktivno sodeloval. Prav v načinu poučevanja je reforma dosegla velik uspeh. Bolj sporno je drugo: kateri novi pojmi sodijo v osnovno šolo in kako daleč naj se spuščamo pri uvedbi teh pojmov? Prav je, da društvo da mnenje, kaj naj se izloči. Praksa je potrdila, da učbeniki ne ustrezajo, učenci delajo več po delovnih zvezkih. Preskusi znanja so pokazali, da učenci, ki delajo po novem učnem načrtu, enako ali bolje obvladajo računsko tehniko kot leto starejša generacija (Galič).

Tudi učitelji sami so menili, da je ta reforma razgibala učitelje in učence. Pristop k snovi je boljši, bolj eleganten, zato poti nazaj ni (Pirnat).

Razprava se je dotaknila tudi učiteljevega položaja. Z reformo smo dosegli napredek pri pouku, učiteljev družbenoekonomski položaj pa je tak, kot je bil pred reformo. Društvo je že pred leti na občnem zboru načelo ta problem. Takrat smo predlagali uvedbo nazivov za učitelje. Namestnik sekretarja republiškega komiteja za vzgojo in izobraževanje Leopold Kejžar je menil, da sistem stalnega strokovnega izpopolnjevanja učiteljev še ni tako razvit, da bi lahko uvedli nazive.

Temu je oporekal Janez Ferbar. Uvedba nazivov je že sedaj možna. Zlasti delo mentorjev bi lahko takoj vključili v šolsko delo. Mentorji so potrebni ob uvajanju inovacij v šole, pomagali naj bi učiteljem začetnikom, s pripravljanjem hospitacij pa naj bi sodelovali pri strokovnem izpopolnjevanju učiteljev. Tudi svetovanje razrednim učiteljem ob reformi posameznih predmetov omogoča uvedbo nazivov. Kot vodje hospitacijskih oddelkov pri kadrovskih službah bi lahko sodelovali pri vzgoji učiteljskega naraščaja. Sedaj so dane tudi vse možnosti za nadaljnji študij, torej tudi za formalno pridobitev znanja. Izrečen je bil celo predlog, naj bi društvo začelo samo uvajati nazive za učitelje, čeprav bi ti imeli samo interno veljavo.

Leopold Kejžar se je ustavil še ob reformi v usmerjenem izobraževanju. Prva faza ni samo podaljšana osnovna šola, to sta dve leti usposabljanja za poklic. Osnovno profiliranje mora biti naravnano na dojemljivost večine. Vprašanje je, kolikšno bogastvo usmerjenosti nam bo uspelo razviti v drugi fazi usmerjenega izobraževanja.

Problem, ki je bil samo načet, je vzgoja pri pouku matematike in fizike. Premalo govorimo o ljudeh — kako so ustvarjali in koliko so se pri tem trudili. Premalo si prizadevamo, da bi učencem posredovali duha matematike in fizike (Dominko).

Zanimiv je bil tudi predlog, da bi v šolah odpravili ocenjevanje (Moljk). Drugi se s tem niso strinjali.

Zapisati kaže še opombo, da je v učbenikih fizike za osnovno šolo premalo nalog (Žižek). Eden od sestavljalcev učbenika je pojasnil, da naloge, ki so v tesni zvezi z učno snovjo, učitelj že ima in jih zna sam sestaviti. Za pouk elektrike pa bodo skušali posredovati dodatek, ki bo vseboval naloge za razumevanje snovi in tudi težje problemske naloge.

Martina Koman

NOVE KNJIGE

Dopisna delavska univerza — Univerzum v Ljubljani nam je poslala naslednje nove knjige:

1. Bezjak France, Osnove diferencialnega in integralnega računa, 1975, 89 str.
2. Štalec Ivan, Matematika za I. razred tehniških šol, 1974, 201 str.
3. Štalec Ivan, Matematika za II. razred tehniških šol, 1975, 204 str.
4. Štalec Ivan, Matematika za III. razred tehniških šol, 1977, 210 str.
5. Štalec Ivan, Matematika za IV. razred tehniških šol, 1976, 128 str.
6. Kladnik Rudi, Fizika za tehniške šole, druga izdaja, 1976, 215 str.
7. Kladnik Rudi, Fizika II. za tehniške šole, 1975, 210 str.

Ciril Velkovrh

POSVET O TEKOMOVANJU IZ FIZIKE

Tekmovanja srednješolcev v znanju fizike imajo pri nas že dolgo tradicijo. Vsako leto tekmujejo učenci najprej na predtekmovanjih na svojih šolah, najboljši izmed njih pa se pozneje udeležijo republiškega tekmovanja. Z leti se je nabralo precej izkušenj in različnih mnenj o pomenu tekmovanja. V novih okoliščinah, ki nastajajo z uvajanjem usmerjenega izobraževanja, bodo najbrž tudi oblike tekmovanja drugačne. Ta vprašanja naj bi razčistilo posvetovanje o tekmovanju učencev v znanju fizike. Posvetovanje je bilo v Mariboru 15. maja 1976. Udeležilo se ga je 22 učiteljev z različnih šol v Sloveniji, vodila sta ga A. Moljk in T. Skulj.

Za uvod je predsednik tekmovalne komisije A. Moljk opisal dosedanja tekmovanja, nakazal, kakšna bi bila lahko v usmerjenem izobraževanju in načel še druga vprašanja. Ali naj bi bile naloge za tekmovanje bolj računske ali bolj opisne? Ali naj bi zajemale primere iz vsakdanje prakse ali pa preproste idealizirane primere? Ali naj bi zahtevale orise pojavov in opise raznih zanimivih poskusov?

Razprava se je dotaknila organizacije in pomena izbirnih tekmovanj, priprave nanje ter vrste nalog na tekmovanju. Precej različnih predlogov je bilo v zvezi z nalogami za šolska tekmovanja. Nekateri udeleženci so se zavzemali za to, da naj bi republiška komisija sestavila skupne naloge za vse šole. Drugi pa so menili, da zadostuje nasvet o vrsti nalog, naloge za šolsko tekmovanje pa naj sestavi učitelj sam. Tretji so predlagali, da naj bi na vsaki šoli učitelji zbrali naloge in jih poslali komisiji, ki bi izmed njih izbrala nekaj nalog, veljavnih za vse šole. Po živahnem razgovoru se je oblikovalo mnenje, da naj bi učitelji sami sestavili naloge za šolska tekmovanja in pri tem prilagajali težavnost nalog znanju učencev. Pomembno je namreč, da učenci delajo, tekmujejo, da na šoli dosegajo uspehe. Da bi učitelji videli, kaj delajo na drugih šolah, pa naj bi komisija za tisk izdala vse naloge s šolskih tekmovanj.

Govor je bil tudi o udeležbi šol na republiškem tekmovanju. Od 70 srednjih šol v Sloveniji (od tega 32 gimnazij) je letos sodelovalo le 16 šol. Učenci s srednjih tehniških šol v glavnem ne tekmujejo, ker znajo premalo fizike v primerjavi z gimnazijci ali pa zaradi neenotnih učnih načrtov obravnavajo druga poglavja.

Razpravljali smo o tem, kako bi pridobili več tekmovalcev za šolska in druga tekmovanja, zakaj pravzaprav učenci tekmujejo in ali so pravilno nagrajeni. Že na šoli bi morali tekmovalce pohvaliti, objaviti rezultate, jim organizirati kak nagradni poučni izlet. Za republiške tekmovalce pa naj bi tekmovanje popestrili z drugimi prireditvami, s kvizi iz fizike, s predvajanjem poučnih filmov, s predavanji o zanimivostih iz fizike, o novih dognanjih, z demonstracijskimi poskusi, s pogovori z znanimi profesorji fizike... Nagrade same naj bi bile bolj strokovno stimulativne, npr. štipendije za študij fizike ali organiziran ogled večjih raziskovalnih centrov. Poleg tega naj bi dali več družbene pomembnosti mladim tekmovalcem z objavljanjem rezultatov v dnevnem časopisju ter na radiu in televiziji. Člani Društva bomo poskrbeli za večjo zbirko zanimivih in težjih nalog. Pošiljali jih bomo T. Fortuni, ki jih bo zbiral in urejal ter objavljal v Preseku. Morda bi bilo ugodno, da bi eno številko Preseka izpolnili z nalogami s šolskih in republiških tekmovanj ter z nalogami iz tujih revij. Seveda pa finančna sredstva za tako dodatno številko niso majhen problem in bi jih bilo treba zagotoviti po interesnih skupnostih. Druga možnost pa bi bila, da bi bil v vsaki številki rezerviran prostor za določeno število nalog. Učenci bi rešitve pošiljali uredništvu, najboljše rešitve pa bi z imenom avtorja vred objavili v naslednji številki.

Tekmovanje naj v prihodnje ne bi bilo predolgo, trajalo naj bi dve uri. Po kosilu naj bi si tekmovalci ogledali mesto, nato pa bi bil na vrsti kviz ali kaka strokovna prireditev, na kateri pa bi poleg tekmovalcev sodelovali tudi drugi učenci. Morda bi organizirali sploh krajše srečanje vseh, ki se za fiziko zanimajo. Lahko bi imeli tudi dve vrsti tekmovanj: eni bi se pomerili v reševanju računskih, drugi pa v reševanju eksperimentalnih nalog. Vsekakor bi morali učence pravočasno seznaniti z načinom in pravili tekmovanja. Nalog naj ne bi bilo preveč (4), morda kaka dodatna; tekmovalci bi lahko uporabljali tablice in priročnik. Za 1. razred usmerjenega šolanja naj bi bile naloge v glavnem eksperimentalne ali kvalitativne in esejske. Lahko bi pokazali kak poskus ali zavrteli film o določenem pojavu, učenci pa naj bi sklepali o zakonu, ki velja za ta poskus ali pojav, in povedali, kakšen rezultat pričakujejo. Celotni razvoj tekmovanja naj bi šel bolj v eksperimentalno smer. Ugodno bi bilo, da bi se v prihodnje na republiškem tekmovanju zbrali učitelji fizike iz Slovenije in med tekmovanjem imeli strokovno posvetovanje. Društvo pa bi lahko pripravilo strokovni in kulturni ali družabni program.

Jelka Lekić

POROČILO O SEMINARJU ASTROFIZIKA

Naslov seminarja so izbrali že udeleženci prejšnjega fizikalnega seminarja *Mehanika tekočin* pred dvema letoma. Vzroka tej skoraj soglasni želji sta dva: v astrofiziki se vrstijo nova odkritja, nastajajo nove teorije in zato je snov zanimiva. Drugi vzrok pa je v delno spremenjenem učnem načrtu iz fizike. Za gimnazijo so sedaj poglavja iz astrofizike organsko vključena med druga fizikalna poglavja. Seminar je skušal ustreči obema željama udeležencev. Predavanja so bila dobro izbrana in zanimiva; beseda je tekla o astrofiziki našega Osončja, o zvezdah in o vesolju pa tudi o tem, kako vse to obsežno znanje vključiti v fiziko v srednji šoli.

Vodja seminarja Andrej Čadež je govoril o življenju zvezd. Proučujejo ga tako, da na osnovi naravnih zakonov sestavijo matematične modele zvezd. Realistični modeli so lahko zelo zapleteni, videli pa smo, da je z nekaterimi ocenami mogoče dobiti razmeroma dobre podatke o zvezdah. Uspeh ocen temelji predvsem na dejstvu, da je gravitacija najpomembnejša sila, ki uravnava življenje zvezd. Pomen gravitacije se pokaže posebej ob koncu razvoja zvezde, ko njena masa odloča o tem, ali bo zvezda postala bela pritlikavka, nevtronska zvezda ali črna luknja.

Predavanje Vladimirja Čadeža je obravnavalo dosti ožje področje: radijsko sevanje Sonca. Radijsko sevanje Sonca so začeli opazovati šele z odkritjem radarja, staro je torej dobrih 30 let. Podatki o spektralni porazdelitvi ter o trajanju radijskih sunkov omogočajo sklepe o porazdelitvi gostote v sončni koroni. Te meritve pomagajo razumeti lastnosti popolnoma ionizirane plazme.

Ob predavanju Frana Dominka smo se pomudili pri našem Osončju. Vesoljske ladje s človeško posadko in avtomatične sonde dajejo dragocen prispevek k opazovanju planetov našega Osončja. Prav neverjetno je, kaj vse že vemo o planetih. Poznamo njihovo temperaturo na površini, pod površino, na vrhu atmosfere, sestav atmosfere, sestav magnetnih polj itd. Vse notranje planete in Mars so natančno fotografirali, tako da lahko marsikaj povemo o njihovi starosti in o drugih lastnostih površine.

O vesolju in njegovem razvoju je govoril Janez Strnad. Vprašanja o razvoju vesolja sodijo med najtežavnejša, zato je razumljivo, da moramo biti pri razglabljanju o kozmologiji previdni. Zanimivo je, da nam je kljub majhnosti Zemlje proti razsežnostim vesolja že uspelo izluščiti nekatere podatke o vesolju kot celoti; mednje sodita npr. prasevanje in sestav snovi v vesolju. Zelo pomemben podatek — to je povprečna gostota snovi v vesolju

— pa ni znan. Opazovanja zadnjih let obetajo, da bomo kmalu mnogo bolje poznali te in še nove zanimive resnice o sestavu vesolja.

Čeprav je težko strogo ločiti strokovno predavanje od metodičnega, saj je vsako dobro predavanje tudi metodično, štejemo predavanje Ivana Kuščerja k metodičnemu delu seminarja. Razglabljal je o vključevanju astronomije v pouk fizike. Nekaj časa se astronomija v srednji šoli ni poučevala, potem je bila priključena fiziki v četrtem razredu kot nekakšen privesek. Astronomijo je treba vključiti v glavni tok fizike, saj je njej cilj proučevanje lastnosti snovi v vesolju. Po mnenju Ivana Kuščerja ima fizika v srednji šoli štiri glavne cilje: energijski zakon, elektromagnetno valovanje, atomsko strukturo in četrti cilj — pomemben z idejnega stališča — pogled v vesolje. V razpravi so udeleženci menili, da sodijo nekatera poglavja astrofizike že v osnovno šolo. Potreben pa je nov učbenik za srednje šole, ki bo astronomijo vključeval v fiziko. Treba bo tudi misliti na sintezo naravoslovnih ved. Fiziki moramo pri zgledih za osnovne zakone narave vključevati še druge predmete.

Alojz Kodre je govoril o nekaterih idejnih problemih pri pouku naravoslovja. Idejnost ni pojem, ki bi bil znanosti tuj, je njen neločljivi del, ki se zlasti kaže v izbiri raziskovalnih problemov in v interpretaciji dosežkov. Mnenje, da bi idejnost pouka enačili z dialektično metodo, je preozko — vsaka znanost si je izdelala svojo metodo raziskovanja, dialektično obravnavanje nam včasih le pomaga k širšemu razumevanju; nepogrešljivo pa je pri razvoju in zgodovini določene znanosti. Naša temeljna skrb v zvezi z idejnostjo pouka bi morala biti predvsem to, da učencu predstavimo sliko sveta, namesto da jo drobimo na predmete, poglavja in posamezne zakone.

Med 120 udeleženci seminarja je bilo največ učiteljev s srednjih šol. Razveseljiv je podatek, da so se tega seminarja udeležili tudi učitelji iz zamejstva: dva učitelja s srednjih šol iz Trsta, eden pa s slovenske gimnazije v Celovcu. Medsebojni stiki in pogovori učiteljev so nenapisan, a vendar pomemben metodični del vsakega seminarja.

Anketa med udeleženci o snovi naslednjega fizikalnega seminarja je dala neenoten rezultat. Ponavljajo se želje z naslovi prejšnjih seminarjev: o atomu, osnovnih delcih, elektroniki, kvantni fiziki; nekaj želja je tudi novih: geofizika, biofizika, termodinamika, zgodovina fizike. V metodičnem delu seminarja je bila izražena želja po eksperimentalnih vajah in predavanjih o fiziki v usmerjenem izobraževanju. Z organizacijo seminarja in s predavanji so bili udeleženci zadovoljni, skripta predavanj pa bi želeli dobiti prej. Nekateri predlagajo, da bi se seminarji preselili v hotel, da bi bili stiki med udeleženci še tesnejši. Tej želji je skušal ustreči družabni večer pri Urški, saj tudi bolj vsakdanji pogovori prispevajo k boljšemu razpoloženju.

Martina Koman

OBVESTILO

Naročnike *Obzornika za matematiko in fiziko,* ki še niso poravnali naročnine, prosimo, da to store čimprej in s tem omogočijo redno izhajanje društvene revije.

UO KT DMFA SRS

PETNAJST SEMINARJEV IZ FIZIKE IN MATEMATIKE

Prispevek Društva matematikov, fizikov in astronomov SRS k strokovnemu izpopolnjevanju učiteljev

Letošnji seminar je bil petnajsti v vrsti seminarjev iz fizike in matematike. Seminarje je začelo prirejati društvo leta 1962 ob sodelovanju oddelkov za fiziko in matematiko fakultete za naravoslovje in tehnologijo, inštituta Jožef Stefan, inštituta za matematiko, fiziko in mehaniko in zavoda za šolstvo. Seminarja se zdaj izmenjujeta vsako drugo leto. Do danes jih je bilo 6 iz matematike in 9 iz fizike. Petnajst seminarjev, tisoč petsto udeležencev, tristo ur predavanj, petinštirideset predavateljev, deset zbornikov predavanj — to je površna bilanca naših seminarjev. Poglejmo, kaj se skriva za temi številkami. Ozrimo se ob petnajstem seminarju na dosedanje delo.

Znan je namen seminarjev: učitelju je treba osvežiti znanje, pridobljeno ob študiju, dopolniti ga z novimi spoznanji, odpreti nove vidike, seznaniti ga je treba z novo tehniko, z novimi možnostmi za delo v šoli. Seminarji so obravnavali razpad beta in polprevodnike (1961, Portorož), teorijo relativnosti (1962, Štatenberg), osnovne delce in kvantno mehaniko (1965), supraprevodnost in statistično mehaniko (1966), mehaniko tekočin (1975) in astrofiziko (1977). Tem so se pridružili seminarji s poudarkom na poskusih. Med njimi sta seminarja o elektroniki pri pouku (1968) in o atomih (1973) uvedla tudi eksperimentalne vaje za udeležence.

Seminarji so vplivali na kvaliteto pouka na srednjih šolah. Ob uvajanju novih učnih načrtov za matematiko na gimnazijah so obravnavali matematične strukture (1964), vektorske prostore (1967), grupe v geometriji in fiziki (1970), matematiko v ekonomiji (1974) in topologijo (1976). Seminar o novem računstvu (1970), posvečen numeričnim metodam, je bil prvi od matematičnih seminarjev, ki je imel tudi vaje. Udeleženci so si želeli predavanj, ki bi spregovorila o poteh in načinih za uvajanje posameznih pojmov pri pouku. Že prvi seminarji iz matematike so obravnavali srednješolsko matematiko kot glavno temo, npr. elementarna geometrija kot model evklidičnega vektorskega prostora ali pregled elementarne matematike s stališča numeričnega računanja, v kasnejših pa so taki pregledi in predavanja o obravnavi posameznih poglavij v srednji šoli postali njihov stalni del.

Seminarji so pospešili opremljanje šol z novimi učnimi pripomočki. Tako je seminar fizikalne optike (1971) vzpodbudil učitelje, da so na šolah nabavili laserje, po seminarju o atomih pa so šole s posredovanjem društva in ob podpori republiške izobraževalne skupnosti uvozile učila za pouk atomike.

Seminarji so zbližali učitelje srednjih šol in univerze. Debate in pogovori opozarjajo univerzitetne učitelje na potrebe srednjih šol in jih seznanjajo z njihovimi težavami in problemi. Zato je vsebina seminarjev povezana z delom učiteljev. Vsakoletno srečanje učiteljev naših srednjih šol je pomembno tudi zato, ker si ob srečanju v razgovorih izmenjujejo izkušnje, zaupajo svoje težave in uspehe. Gotovo jih taka srečanja vzpodbujajo, da kljub težavam vztrajajo pri delu, ki so si ga izbrali, in še naprej poučujejo matematiko in fiziko ter odkrivajo mladim njune lepote.

Tako si je v petnajstih letih naš seminar izoblikoval svojo podobo. Sprva je trajal dva dni, kasneje celo šest dni ob koncu šolskega leta. 1970 je trajal štiri dni na začetku februarja. Zaradi znanih težav s šolskimi dnevi je bil skrčen 1974 na tri dni in toliko jih ima zaradi srečne okoliščine v zvezi s spremembo šolskega koledarja še zdaj.

Učiteljem osvežuje in dopolnjuje znanje, vpliva na zboljševanje pouka in pospešuje modernizacijo naših šol ter povezuje univerzitetne in srednješolske učitelje pri skupnih naporih za napredek pouka matematike in fizike.

Dušan Modic

LETNO POROČILO ODDELKA ZA MATEMATIKO IMFM ZA ŠTUDIJSKO LETO 1975/76

1. Raziskovalno delo

Člani oddelka za matematiko so konec leta 1975 oddali financerju raziskovalni skupnosti Slovenije tele raziskovalne naloge (vsaka naloga je navedena z vrstno številko na oddelku za matematiko):

29. J. Vrabec (P. Petek, J. Rakovec, J. Šrekl): *Aciklične mnogoterosti.*
30. I. Vidav (P. Mizori-Oblak): *Cele analitične funkcije, katerih vrednosti so obrnljivi operatorji.*
31. A. Vadnal (B. Gogala, S. Indihar, V. Rupnik): *Splošna metoda reševanja bilinearnih programov.*
32. J. Grad (Z. Breška, E. Zakrajšek, B. Žitko): *Računalniško orientirane matematične metode III.*
33. J. Globevnik (I. Hafner, M. Hladnik, V. Lampret, M. Omladič, A. Suhadolc, G. Tomšič): *Metrične lastnosti normiranih prostorov — posebnosti v kompleksnih prostorih.*
34. Z. Bohte (A. Kmet, J. Kozak): *Iteracijske metode za reševanje sistemov linearnih enačb in teorija zlepkov.*

V začetku leta 1976 pa smo se lotili tehle nalog:

35. J. Vrabec: *Vložitve mnogoterosti v evklidske prostore.*
36. J. Globevnik: *Analitične funkcije z vrednostmi v l^p-prostorih.*
37. Z. Bohte: *Analiza zaokrožitvenih napak pri nekaterih algebraičnih procesih.*
38. P. Petek: *Podalgebra simetričnih elementov v tenzorski algebri.*
39. B. Krušič: *Študij in uporaba analitičnih, numeričnih in računalniških metod v dvodimenzionalni elastostatiki.*
40. I. Vidav: *Hermitski operatorji in struktura Banachovih prostorov.*
41. J. Grad: *Računalniško orientirane matematične metode IV.*
42. J. Kozak: *Baza prostora zlepkov nad območji dvodimenzionalnega evklidskega prostora in njena uporaba v problemih numerične interpolacije.*

Za prihodnje leto so bile odobrene vse predlagane naloge, in sicer:

43. J. Globevnik: *Zaloge vrednosti vektorskih analitičnih funkcij.*
44. I. Hafner: *Izrek o pospešitvi v formalnih sistemih.*
45. I. Vidav: *Lokalno konveksni topološki vektorski prostori s Hilbertovimi polnormami.*
46. J. Vrabec: *Vozlanje k-povezane m-mnogoterosti v* E^{2m-k-1}.

Znanstvene članke naših članov ponatiskujemo v Publikacijah oddelka za matematiko, zato jih tu ne bomo posebej naštevali.

2. Seminarji

a) V skupnem, »četrtkovem« seminarju, ki je bil včasih osrednji (in še prej edini) seminar našega oddelka, smo imeli v študijskem letu 1975/76 le dve predavanji:

J. Vrabec: *O uvedbi pojma zveznosti pri pouku matematike I,*

V. B. Kudrjavcev: *Nekateri problemi diskretne matematike.*

Ti dve predavanji je poslušalo po 15 naših članov.

b) Topološkega seminarja, ki ga je vodil J. Vrabec, se je udeleževalo 5 do 6 naših članov in študentov. Seminar je obravnaval karakteristične razrede. Predavali so: M. Kranjc (12 ur), P. Legiša (6 ur), J. Malešič (4 ure), P. Petek (6 ur), D. Repovš (6 ur), J. Vrabec (14 ur).

c) Na seminarju za numerično matematiko, ki ga je vodil Z. Bohte, so bila tri predavanja:

Z. Bohte: *O nekaterih novostih na področju numerične analize*,

M. G. Cox: *A survey of numerical methods for data and function approximation*,

M. G. Cox: *Problems in numerical linear algebra arising from spline approximation.*

Na teh predavanjih je bilo po 15 udeležencev.

d) V študijskem letu 1975/76 je bil nanovo osnovan seminar za kompleksno analizo. Vodil ga je J. Globevnik, udeleževalo pa se ga je 9 do 11 naših članov in študentov. Na seminarju so bila tale predavanja:

J. Globevnik: *Ekvivalentne norme in analitične funkcije s konstantno normo* (2 uri),
J. Globevnik: *O zalogah vrednosti analitičnih funkcij* (2 uri),
M. Hladnik: *O Gelfandovi reprezentaciji* (4 ure),
O. Kugonič: *O Poissonovem jedru* (2 uri).
M. Omladič: *O vektorskih analitičnih funkcijah* (2 uri).
M. Omladič: *O operatorskih analitičnih funkcijah* (2 uri),
L. Polanc: *Banachova algebra* L^2 (2 uri),
L. Polanc: *O združenem spektru v komutativnih Banachovih algebrah* (2 uri),
C. Zakošek: *O Fourierovi transformaciji* (2 uri),
A. Založnik: *Posplošeni Stone-Weierstrassov izrek* (2 uri).

e) Skupni topološki seminar zagrebškega Instituta za matematiku in našega IMFM, imenovan seminar za topologijo Zagreb-Ljubljana, sta spet vodila S. Mardešić iz Zagreba in J. Vrabec iz Ljubljane. Kot prejšnja leta se je seminar sestajal dvakrat mesečno po 4 ure, in sicer izmenoma z Zagrebu in v Ljubljani. V Zagrebu so predavali:

Z. Najev: *Homotopija simplicijalnih skupova* (2 uri),
N. Uglešić: *Račun razlomaka i homotopska kategorija* (2 uri).
P. Papić: *Skoro regularni i skoro normalni prostori* (2 uri),
Z. Čerin: *Topologija Hilbertovog kuba* (4 ure),
N. Uglešić: *Kompaktno generirani prostori* (2 uri).
V. Mudrinski: *Cliffordovi moduli* (2 uri),
Z. Čerin: *Blagost u beskonačnosti i kompaktifikacija ANR-a* (2 uri).

V Ljubljani pa so predavali:

P. Petek: *Freudenthalov izrek v teoriji homotopije* (2 uri),
J. Vrabec: *Geometrične homološke operacije* (2 uri),
T. B. Rushing: *Embeddings of shape classes* (2 uri),
P. Petek: *Whiteheadov produkt v teoriji homotopije* (2 uri),
A. B. Žižčenko: *Rassloennye algebraičeskie mnogoobrazija i gomologija* (2 uri),
V. Mudrinski: *Cliffordove algebre* (2 uri),
M. Kranjc: *Kobordizem z ogrodjem in Pontrjaginova konstrukcija* (2 uri),
J. Vrabec: *Smithove operacije* (2 uri).

3. Udeležba na strokovnih srečanjih in vabljena predavanja

(Poročamo o tovrstni aktivnosti v času od sestave lanskega poročila do konca avgusta 1976.)

International Symposium on Infinite Dimensional Holomorphy (Universidade Estuadal de Campinas, Brazilija, 3.—9. avgusta 1975). Na simpoziju je imel J. Globevnik enourno vabljeno predavanje z naslovom *On the range of analytic functions into a Banach space.* Po tem simpoziju je gostoval 4 tedne na Universidade Federal do Rio de Janeiro.

6. kongres matematikov, fizikov in astronomov Jugoslavije (Novi Sad, 28. avgusta—2. septembra 1975). Kongresa so se udeležili S. Indihar, P. Legiša, J. Malešič, P. Petek, N. Prijatelj,

T. Skubic, A. Suhadolc, G. Tomšič, A. Vadnal, I. Vidav, J. Vrabec. Večina udeležencev je imela referate.

Informatica 1975 (Bled, oktober 1975). J. Kozak in V. Batagelj sta imela 3 skupne referate: *O stabilnosti kubičnih B-zlepkov*, *Kako naj učimo programirati* in *Dokumentacija programov*. J. Grad in A. M. Brebner pa sta imela referat z naslovom *An analogue of Householder's method for pseudosymmetric matrices.*

Simpozij *Computers in Education and Research* (Rim, 18.—20. novembra 1975). Simpozija se je udeležil J. Grad.

J. Globevnik je od 11. novembra do 1. decembra 1975 gostoval na Trinity College v Dublinu na Irskem. 20. novembra je imel tudi predavanje na skupnem kolokviju univerz Trinity College in University College v Dublinu, dan kasneje pa še predavanje na University College v Corku (Irska); naslov predavanja je bil obakrat *On the range of analytic functions into a Banach space.*

Mednarodni podiplomski tečaj *Shape Theory and Pro-Homotopy* (Dubrovnik, 12.—30. januarja 1976). Tečaja so se udeležili M. Kranjc, P. Legiša, P. Petek in J. Vrabec; slednji je imel na tečaju tudi tri ure predavanj.

Kongres GAMM (Gradec, 5.—9. aprila 1976). Na tem kongresu je imel M. Ribarič referat *A new derivation of the diffusion equation.*

The State-of-the-Art in Numerical Analysis (York, Vel. Britanija, 12.—15. aprila 1976). Konference se je udeležil Z. Bohte.

13. jugoslovanski kongres o racionalni mehaniki (Sarajevo, 7.—11. junija 1976). Kongresa se je udeležil B. Krušič.

Ob privatnem obisku Pariza je J. Globevnik dobil povabilo za predavanje v Lelongovem seminarju na pariški univerzi, Institut Henri Poincaré. Predavanje je bilo 15. junija 1976 in je imelo naslov *On the range of analytic functions into a Banach space.*

Kongres o pouku matematike (Karlsruhe, ZRN, 15.—22. avgusta 1976). Tega kongresa sta se udeležila N. Prijatelj in A. Suhadolc.

International Conference on Information Sciences and Systems (Patras, Grčija, 19.—24. avgusta 1976). Na konferenci je imel M. Ribarič referat *Basic equation of the input-output description of electrical networks.*

Poletni tečaj CIME z naslovom *Differential Topology* (Varenna, Italija, 27. avgusta—4. septembra 1976). Tečaja sta se udeležila M. Kranjc in J. Vrabec.

4. Obiski tujih znanstvenikov

Michael A. Brebner (University of Calgary, Calgary, Alberta, Kanada, september in oktober 1975 ter maj 1976).

Valerij B. Kudrjavcev (MGU, Moskva, ZSSR) — oktober 1975.

Aleksej B. Žižčenko (MGU, Moskva, ZSSR) — april 1976.

Maurice G. Cox (National Physical Laboratory, Teddington, Vel. Britanija) — maj 1976.

Gheorge Vranceanu (Romunska akademija znanosti) — junij 1976.

6. Tisk

V študijskem letu 1975/76 je IMFM izdal ali soizdal tele matematične publikacije:

a) *Publications of the Department of Mathematics*, št. 10 in 11; v št. 10 je bilo ponatisnjenih 9, v št. 11 pa 15 znanstvenih člankov članov oddelka za matematiko;
b) *Postdiplomski seminar iz matematike* (skripta), 2 zvezka;
c) *Izbrana poglavja iz matematike* (skripta), 5 zvezkov;
d) *Matematika-fizika* (učbeniki), 2 obsežni knjigi.

Poleg tega so člani oddelka za matematiko sodelovali s strokovnimi članki v revijah *Obzornik za matematiko in fiziko* ter *Presek*, ki ju izdaja Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, in napisali 3 knjige, ki jih je to društvo izdalo v zbirki Sigma.

6. **Organizacijsko delo**

Oddelek za matematiko je imel v študijskem letu 1975/76 dva sestanka, enega jeseni in enega spomladi. Na prvem je bila osrednja točka dnevnega reda razprava o recenziranju matematičnih publikacij. Razvila se je predvsem ob predlogu, da bi pri nas prešli na anonimno recenziranje. Predlog ni bil sprejet. Na drugem sestanku smo razpravljali največ o prihodnjem statusu Matematične knjižnice. Sprejet je bil sklep, naj si oddelek za matematiko IMFM in oddelek za matematiko in mehaniko pri FNT prizadevata, da bo med centri za informacijsko-dokumentacijsko dejavnost, ki jih ustanavlja raziskovalna skupnost Slovenije, osnovan tudi samostojen center za matematiko in da bo njegov sedež Matematična knjižnica.

Oddelek za matematiko je sodeloval pri organizaciji seminarja iz topologije za srednješolske profesorje, ki je bil februarja 1976 v Ljubljani in katerega organizacijo je vodilo DMFA.

Dogovorili smo se, da bomo spremenili ime in obliko našega znanstveno-informativnega glasila *Publications of the Department of Mathematics*. Odslej se bo imenovalo *Preprint Series of the Department of Mathematics* in bo namesto kopij tiskanih člankov vsebovalo kopije rokopisov člankov, ki jih bodo naši člani namenili za objavo v mednarodnem tisku.

Število članov oddelka za matematiko se je v letu 1975/76 povečalo od 52 na 54; pristopila sta

ing. Mirko Dobovišek, asistent FNT,
dr. Tomaž Slivnik, asistent FE.

Jože Vrabec

AKTIV UČITELJEV FIZIKE. OSNOVNA ŠOLA V IZOLI 5. MARCA 1977

Da bi se učitelji fizike na osnovnih šolah seznanili z miniaturnim indikatorjem, je Zavod za šolstvo SR Slovenije v sodelovanju s Pedagoškim inštitutom iz Ljubljane organiziral aktiv na osnovni šoli Vojke Šmuc v Izoli. Udeleženci aktiva so preskusili aparate Iskre iz Kranja. Sestanek je vodil Dedomir Klinc, praktične vaje pa je pripravil Miro Bornšek, ki že več let kot aktivni član društva rad pokaže svojim kolegom, kako sam uvaja nove metode pri pouku fizike. Aktiva se je udeležil tudi Janez Ferbar, pisec *Poizkusov na električni vezalni plošči*. Učitelji so bili z delom aktiva zadovoljni. Za tako delo so pripravljeni žrtvovati še kakšno prosto soboto. Seminarji zagotovo prispevajo h kvalitetnejšemu pouku, zato bi bilo prav, da bi se udeležba na njih poznala pri nagrajevanju. J. Ferbar je odgovoril na nekaj vprašanj glede nabave učil za osnovno šolo in opozoril na težave, na katere učitelji naletijo pri izdelovalcih. Za zdaj še nimamo urejenega sodelovanja med industrijo učil in šolo predvsem zato, ker so majhne serije za domačo rabo nerentabilne. Na izvoz namreč ni mogoče računati; v evropskih državah imajo proizvodnjo učil bolje organizirano, uvoz pa je drag in manjka deviz. Zato si pomagamo tako, da izdelke, ki so namenjeni širši porabi, priredimo za šolske potrebe. Šole iz več republik bi se morale združiti in nastopiti kot kolektivni odjemalec. O tem se že dogovarjajo z ustanovami na Hrvaškem ter v Bosni in Hercegovini. Za razvoj take industrijske proizvodnje bi moralo skrbeti več specialistov, ki bi sledili razvoju v svetu. Zaradi pomanjkanja sredstev za šole za zdaj to ni mogoče.

Bogomila Kolenko

NAGRAJENCI SKLADA BORISA KIDRIČA V LETU 1977

Sklad Borisa Kidriča pri Raziskovalni skupnosti Slovenije je po ustaljeni navadi podelil za pomembne znanstveno-raziskovalne dosežke v Sloveniji pet Kidričevih nagrad in šestnajst nagrad Sklada Borisa Kidriča. Nagrade Sklada Borisa Kidriča so dobili tudi trije člani društva matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije.

Ciril Velkovrh

Dr. Viktorju Kraševcu in dr. Borisu Navinšku — za dosežke s področja faznih prehodov v zlitinah, mikrostrukture tankih plasti in površin, zajete v sedmih publikacijah.

Dve deli s področja faznih prehodov v zlitinah prinašata nove rezultate, pomembne za razumevanje transformacijskih mikrostruktur v binarnih zlitinah. Z eksaktno analizo transformacijskih mikrostruktur v zlitinah Ni-Mn je bilo ugotovljeno, da ima razporeditev transformacijskih domen samoprilagodljivo naravo in da so kriteriji kristalografskih teorij v masivnih martenzitih izpolnjeni le za pare martenzitnih lamel. Pomen rezultatov, objavljenih v teh dveh delih, je predvsem v tem, da je bilo mogoče na njihovi osnovi postaviti nov model nukleacije martenzitnih prehodov.

S področja mikrostrukture tankih plasti so zelo zanimivi in za tehnologijo pomembni rezultati raziskav rekristalizacije naparjenih in napršenih kovinskih ter kermetnih plasti, ki so bili objavljeni v treh publikacijah. Te raziskave so pokazale, da je rekristalizacija plasti in stabilizacija njihovih mehanskih in električnih lastnosti odvisna od množine na površini zrn adsorbiranih rezidualnih plinov med depozicijo. Eksperimentalne rezultate za naparjene plasti je bilo mogoče povsem razložiti z modelom, po katerem drobni intragranularni plinski mehurčki, ki se med rekristalizacijo odtrgajo od primarnih mej zrn, zavirajo migracijo mej. Za kermetne snovi je bil izdelan strukturni model, ki omogoča napoved velikostnega reda električnih lastnosti za tanke plasti Cr-SiO na osnovi njihove sestave.

Rezultati večletnih sistematičnih raziskav avtorjev na področju interakcije nabitih delcev s površinami so vključeni v obširnejši pregledni članek v Progress in Surface Science, v katerem je dr. Navinšek podal zaokrožen pregled in analizo površinskih sprememb v odvisnosti od totalne doze ionov. V enem zadnjih del s tega področja sta dr. Kraševec in dr. Navinšek analizirala nastanek termodinamično stabilnih in kristalografsko definiranih mikroploskvic pri obsevanju uranovega oksida z intenzivnim curkom elektronov.

Docentu dr. Janezu Stepišniku — za razvoj novih metod za študij difuzije molekul, zajetih v šestih člankih, objavljenih v letih 1975 in 1976.

Dr. Stepišnik je v teh delih razvil vrsto novih metod za študij transporta mikroskopskih delcev v kondenziranih fazah, ki nam lahko posredujejo pomembne informacije o strukturi in dinamiki snovi.

Čeprav je že dalj časa poznano, da je pulzna jedrska magnetna resonanca in še posebej metoda jedrskega spinskega odmeva izredno pripravna za meritev lastne difuzije molekul, je bil dr. Stepišnik prvi, ki je pokazal, da lahko isto dosežemo tudi s stacionarno jedrsko magnetno resonanco s kontinuiranim vzbujanjem. Osnovna novost je v tem, da se stalnemu zunanjemu magnetnemu polju doda še nehomogeno magnetno polje, ki hitro niha. Translatorno gibanje molekul vzdolž gradienta magnetnega polja premakne oziroma razširi črte jedrske magnetne resonance in tako omogoča določitev koeficienta lastne difuzije. Metoda je razmeroma preprosta in omogoča hkratno določevanje difuzijskih koeficientov različnih molekul pri NMR spektroskopiji visoke ločljivosti. Poleg merjenja lastne difuzije v tekočinah in »superionskih prevodnikih« omogoča nova metoda tudi meritev porazdelitve hitrosti pretoka tekočine po prerezu cevi na enostaven in hiter način.

Dr. Stepišnik je tudi predlagal novo multipulzno sekvenco za merjenje lastne difuzije v trdnih snoveh, kjer so jedrske magnetne resonančne črte zaradi dipolnih interakcij tako razširjene, da klasične metode odpovedo.

Dr. Jožetu Kollerju — za dosežke s področja kemijske fizike, zajete v 14 člankih.

V prvi skupini del je obravnaval vpliv korelacije elektronov na vibracijski spekter modelnih sistemov vodikove vezi ter doprinos lokaliziranih orbital h gradientom električnega polja in zasenčenja jeder.

Dve deli obravnavata korelacije nekaterih računanih elektronskih parametrov z aktivnostjo molekularnih fragmentov biološko pomembnih sistemov. Za to je razvil metodo, v kateri lokalizirane orbitale fragmentov nastopajo kot približek k valovni funkciji cele molekule. Ta metoda bo primerna za računanje večjih molekul, ki bi zahtevale preveč računskega časa za že utečene načine obravnave.

V šestih publikacijah so podani računi energijskih pasov nekaterih enodimenzionalnih polimernih sistemov z ozirom na prehod kovina—izolator. Pomembnost teh del je v rešitvi Hartree-Fockovega hamiltoniana z oscilirajočimi naboji ali gostotami spinov poleg običajne rešitve, kar pomeni, da je enodimenzionalni metal nestabilen na premik atomov, zaradi česar nastopi prehod.

PREJELI SMO V OCENO

Fried E., Pásztor I., Reiman I., Révész P., Ruzsa I., Malaja matematičeskaja enciklopedija (prevod iz madžarščine, naslov izvirnika Matematikai Kisenciklopédia), Akademiai Kiadó, Budapest 1976, 627 str.

Mala matematična enciklopedija zajema elementarno matematiko in bližnja poglavja višje matematike, nekako tisto snov torej, ki naj bi po današnjih merilih predstavljala minimalno matematično brašno izobraženca. Urejena je tako, kakor je pri matematičnih enciklopedijah skorajda navada, po matematičnih poglavjih in ne po abecedi. Napisana je jasno, pregledno, poljudno, v matematičnem jeziku, ki ni za vsako ceno moderen. Uporabna bo kot pomožni učbenik v srednji in na višji šoli, za samostojno učenje pa tudi kot priročnik.

Vsebino preglejmo le po naslovih poglavij: Algebra, Teorija števil, Geometrija, Matematična analiza, Teorija množic, Verjetnostni račun, Matematična statistika, Matematična logika.

Fleming W. H., Rishel R. W., Deterministic and Stohastic Optimal Control, Applications of Mathematics 1, Springer-Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, 1975, 222 str.

Knjiga je uvod v teorijo optimalnega vodenja. V prvem delu govori o optimalnem vodenju dinamičnih sistemov, o Pontrjaginovem načelu in o dinamičnem programiranju. Drugi del je posvečen optimalnemu vodenju markovskih difuzijskih procesov.

Poglavja: Preprost zgled iz variacijskega računa, Optimalno vodenje, Eksistenca in zveznost optimalnega vodenja. Dinamično programiranje, Stohastične diferencialne enačbe in markovski difuzijski procesi, Optimalno vodenje markovskih difuzijskih procesov.

Jörgens K., Rellich F., Eigenwerttheorie gewöhnlicher Differentialgleichungen, (Bearbeitet von J. Weidmann), Hochschultext, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1976, 228 str.

Knjiga je nastala iz dvakrat predelanih predavanj F. Rellicha. Njen osnovni cilj je Weylova spektralna teorija singularnih diferencialnih operatorjev drugega reda. Osnovni pripomoček je Rellichova posplošitev lastne funkcije, »lastni paket«, obravnava pa je naslonjena na teorijo sebiadjungiranih operatorjev v Hilbertovem prostoru. Knjiga obsega tri poglavja: Linearni operatorji v Hilbertovem prostoru, Spektralna analiza simetričnih operatorjev, Weylova teorija singularnih diferencialnih enačb drugega reda.

Ekeland I., Temam R., Convex Analysis and Variational Problems, Studies in Mathematics and its Applications 1, North-Holland Publishing Company — Amsterdam, Oxford, American Elsevier Publishing Company, inc, — New York, 1976, 402 str.

Knjiga je prevod in hkrati razširitev francoskega izvirnika Analyse convexe et problèmes variationnels iz leta 1972. Razdeljena je v tri dele: Osnove konveksne analize, Dualnost in konveksni variacijski problemi, Relaksacija in nekonveksni variacijski problemi. Ukvarja se s konveksno optimizacijo (značilna naloga je na primer iskanje minima konveksne funkcije na konveksni množici). Taki nalogi priredi dualno nalogo. V drugem delu prenese metodo na konveksne variacijske probleme. V dveh korakih sestavi bidualno nalogo, z njo pa definira posplošene rešitve prvotne naloge. Tretji del priredi nekonveksni nalogi relaksirano konveksno nalogo, ki je nekaka posplošitev bidualne naloge. Uporaba je prikazana z eksistenčnimi izreki za variacijske naloge pa tudi s primeri iz numerične analize, optimalnega vodenja, mehanike in matematične ekonomije.

France Križanič

Sterling K. Berberian, Lectures in Functional Analysis and Operator Theory, Graduate Texts in Mathematics 15, Springer Verlag, New York 1974, 345 strani.

Pred nami je še en primer učbenika osnov funkcionalne analize in teorije operatorjev. Preglejmo najprej obseg snovi. Osrednji del knjige (drugo do sedmo poglavje) zajemajo standardne stvari: linearni topološki prostori, konveksnost (s Krein-Milmanovim izrekom, normirani, Banachovi in Hilbertovi prostori (z izrekom Alaogluja), izrek o odprti preslikavi itd., Banachove algebre (z Gelfandovo reprezentacijo) in C*-algebre (z Gelfand-Naimarkovim izrekom). Prvo poglavje (Topološke grupe) je, vsaj kar se tiče nadaljnje uporabe, preširoko zastavljeno. Obravnava namreč precej podrobno enakomerne strukture in vprašanje metrizabilnosti pri topoloških grupah. Ničto poglavje nosi naslov Aperitiv in podnaslov Wienerjev izrek in je skica dokaza tega izreka s sredstvi funkcionalne analize. Bravci ga lahko brez škode spustijo; kot običajno je tudi tokrat glavna jed boljša od aperitiva. Popoln dokaz Wienerjevega izreka pa najdemo v zadnjem poglavju, ki prinaša tudi Stone-Čechovo kompaktifikacijo, spektralni izrek za normalni operator (samo čez Gelfandovo reprezentacijo), obravnavo spektralnih množic, stanj na *-algebrah, uvod v von Neumannove algebre in reprezentacijo grup (izrek Gelfanda in Raikova).

Naslov knjige upravičeno vsebuje besedo »predavanja«. Avtor ne varčuje z razlago in komentarji. Važnejši izreki so navadno formulirani v vseh mogočih variantah, dokazi pa razrezani na lahko prebavljive kose. Piščev trud, da bi pritegnili bravca, je viden tudi v nekaterih specialnih razdelkih; vrinjeni so v standardno snov in govorijo o Banachovih limitah, urejenih realnih vektorskih prostorih, prostorih L^p, računanju z racionalnimi funkcijami v Banachovih algebrah ter o spektru operatorja. Knjiga ne zahteva posebnega predznanja. Na dveh ali treh mestih se avtor sklicuje na svojo knjigo o teoriji mere. Ob prvem poglavju pa si bo morda bravec moral kje ogledati definicijo enakomernega prostora, ker razlaga v tekstu ni popolna. Pripravna referenca je Bourbakijeva Splošna topologija, ki je tudi sicer standard za terminologijo v knjigi.

Vsak razdelek spremlja vrsta nalog; posebej označeni so težji izreki; zanje na koncu knjige (na deset dodatnih straneh komentarjev) najdemo zmeraj tudi ustrezno referenco.

Za vse, ki se šele hočejo seznaniti s funkcionalno analizo in teorijo operatorjev, je Berberianova knjiga široka in lepo zglajena pot, ki jo lahko popotnik na več mestih tudi brez škode krajša. Nekatera poglavja pa utegnejo biti zanimiva tudi za tiste, ki so začetno razdaljo že premerili.

Tosio Kato, Perturbation theory for linear operators (druga izdaja), Grundlehren der mathematischen Wissenschaften 132, Springer — Verlag, Berlin — Heidelberg — New York 1976, 619 str.

Po desetih letih je izšla nova, nekoliko popravljena in dopolnjena izdaja znane knjige T. Kata s kalifornijske univerze v Berkeleyu o perturbacijah linearnih operatorjev. To je obsežen, sistematičen, deloma celo enciklopedičen prikaz teorije perturbacij in njene uporabe. Avtor najprej pregleda potrebne osnove teorije operatorjev v končno razsežnih prostorih in zanje razvije perturbacijsko teorijo. Podobno naredi za Banachove in specialno za Hilbertove prostore. Posebna poglavja so posvečena izrekom o stabilnosti, seskvilinearnim formam v Hilbertovih prostorih, analitičnim in asimptotičnim perturbacijam, perturbacijam polgrup in perturbacijam zveznih spektrov. Katov slog je simpatičen in neposreden, tekst je na vseh nivojih ilustriran s številnimi primeri in problemi. Mnogo materiala izvira iz matematične fizike in gotovo bi vsak, ki se namerava ukvarjati s tem področjem, moral poznati ta tekst.

A. V. Balakrishnan, Applied Functional Analysis, Applications of Mathematics 3, Springer-Verlag, New York Heidelberg Berlin 1976, 309 str., cena \$ 19.80.

Knjiga je posvečena uporabi funkcionalne analize na raznih področjih, še posebej v teoriji optimalnega vodenja. Avtor v principu od bravca ne zahteva, da bi bil že seznanjen s funkcionalno analizo samo. Tako je približno polovica teksta posvečenega seznanjanju z njenimi osnovnimi pojmi, in sicer skoraj izključno v okviru Hilbertovega prostora. Takoj pa opozorimo, da je kljub standardnemu programu (Hilbertov prostor, konveksne množice, spektralna razčlenitev, polgrupe linearnih operatorjev) obravnava zelo originalna. Osnovni pojmi in izreki so obdelani na kratko, več kot polovica prostora pa je posvečena praviloma precej težkim zgledom iz analize (predvsem v L_2-prostorih). Mimogrede se seznanimo tudi s konveksnim programiranjem v neskončno razsežnem prostoru. Jedro knjige je namenjeno uporabi teorije polgrup, in sicer od preprostih primerov Cauchyjeve naloge do raznih problemov vodenja, »belega šuma« itd. Pri vsem tem knjiga ostaja v okviru matematike, točneje povedano analize.

Kot že rečeno, je v tristo straneh tega sicer lepo napisanega teksta zajeta precejšnja količina informacije. Kljub razdelitvi na definicije, leme, izreke in tako naprej bo v poglavju o polgrupah bravec opazil, da je za razumevanje zgledov potrebno vsaj na enem mestu poznati ne le izreke, ampak tudi kak dokaz. Sem ter tja posejani problemi so navadno težje vrste.

Knjiga bo dobrodošel pripomoček pri študiju tretje stopnje tako matematične kot fizikalne smeri.

Peter Legiša

Genadi Vainikko, Funktionalanalysis der Diskretisierungsmethoden. Teubner, Leipzig 1976. 136 str. Cena 14.— Mark.

Knjižica je zapis predavanj, ki jih je imel avtor na univerzi v Karl Marx-Stadtu. Predavanja obravnavajo metode za približno reševanje linearnih in nelinearnih operatorskih enačb z metodami funkcionalne analize. To področje je centralno v uporabni matematiki. V enačbi $Ax = y$, kjer je A operator med dvema Banachovima prostoroma, aproksimiramo operator A z zaporedjem A_n operatorjev, ki delujejo v končno dimenzionalnih prostorih. Rešitve x_n enačb $A_n x_n = y_n$ vzamemo za približke k rešitvi enačbe $Ax = y$. V knjigi so formulirani pogoji na približke A_n, iz katerih sledi konvergenca približkov x_n k rešitvi enačbe $Ax = y$. Dokazani izreki so ilustrirani na primeru reševanja linearne integralske enačbe z uporabo kvadraturnih formul in reševanja robnih problemov za navadne in parcialne diferencialne enačbe z diferenčnimi metodami.

Anton Suhadolc

N. F. Stewart, F. Jensen, Solution numérique des problèms matriciels.

Knjiga, ki je izšla leta 1975 v založbi Les Presses de l'Université de Montréal, obsega na 249 straneh 9 poglavij. V njih obravnava osnove linearne algebre in aritmetike s premično vejico, Gaussovo eliminacijsko metodo, direktni razcep matrik, metodo Choleskega in iterativne metode za reševanje sistemov linearnih enačb. Algoritmom so dodane apriorne in aposteriorne ocene za napako. V zadnjih treh poglavjih so obravnavani problemi linearnega programiranja, lastnih vrednosti in lastnih vektorjev matrik. Obravnavanje snovi spremljajo preprosti primeri in naloge. Seznam literature obsega 22 del.

Zvonimir Bohte