

1979

Letnik 26

1

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO



LETNIK 26. — ŠTEVILKA 1
OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO
LJUBLJANA, JANUAR 1979

Glavni in odgovorni urednik: Janez Strnad.

Uredniški odbor: France Avsec, gimnazija Kranj; Robert Blinc, FNT; Alojz Kodre, FNT; France Kvaternik, tehniška šola za lesarstvo, Ljubljana; Peter Legiša, FNT; Jože Lep, VTŠ, Maribor; Anton Moljk, FNT; Mitja Rosina, FNT; Tomaž Skulj, Iskra, Ljubljana; Janez Strnad (urednik za fiziko), FNT; Anton Suhadolc (urednik za matematiko), FNT; Ciril Velkovrh (urednik), FNT; Ivan Vidav, FNT; jezikovni pregled Marija Janežič, inštitut za slovenski jezik SAZU. Slike je narisal Marjan Turk.

Naročnina: za posameznike 200.— din (za člane društva je že vračunana članarina), za dijake in študente 100.— din, za ustanove in podjetja 250.— din, za tujino 18 \$ = 324.— din, posamezna številka 40.— din, dvojna številka 80.— din.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: **Komisija za tisk DMFA SRS**, 61001 Ljubljana, Jadranska c. 19, p. p. 227, tel. št. 265-061/53, žiro račun 50101-678-48363, devizni račun pri Ljubljanski banki 32009-007-900.

Tiska tiskarna Ljudske pravice v Ljubljani, Kopitarjeva ul. 2. Naklada 1400 izvodov.

Izdajo revije sofinancirata Izobraževalna skupnost Slovenije in Raziskovalna skupnost Slovenije.

© 1979 DMFA SRS — 375

YU ISSN 0473-7466

VSEBINA

Članki

Nekaj o linearnih preslikavah (Marko Kranjc)	1
Padéjeve aproksimacije (George A. Baker, Jr.; prev. Ivan Kuščer)	3

Domače vesti

Šestdesetletnica profesorja Ivana Kuščerja (Sergej Pahor in Janez Strnad) . .	11
Seznam pomembnejših objav profesorja Ivana Kuščerja (Janez Strnad) . . .	13
Index of the AMS Subj. Class. (1970) (Ciril Velkovrh)	16
Obvestilo (Ciril Velkovrh)	16
30. občni zbor Društva matematikov, fizikov in astronomov SRS (Jerica Lorger)	17
Razvoj fizike (in matematike) od ustanovitve društva z diagrami in preglednicami (Janez Strnad)	19

Terminologija

Anketa za tehnične matematike (Roman Rojko)	25
Prispevek k strokovni slovenščini (Ivan Kuščer)	26

Prejeli smo v oceno (Jože Vrabec, Janez Rakovec)	27
---	----

Nove knjige (Niko Prijatelj, Anton Cedičnik, Andrej Likar, Ciril Velkovrh) . . .	32
---	----

CONTENTS

Articles

On linear maps (Marko Kranjc)	1
Accurate, long-range extrapolation — the Padé approximant (George A. Baker)	3

Home news	11
----------------------------	----

Terminology	26
------------------------------	----

Reviews	27
--------------------------	----

New books	32
----------------------------	----

Na ovitku: Delovno predsedstvo na 30. občnem zboru DMFA SRS v Radencih
(Foto C. Velkovrh)

NEKAJ O LINEARNIH PRESLIKAVAH

MARKO KRANJC

AMS Subj. Class. (1970) 15—01

Članek obravnava pogoj za linearnost homogene preslikave.

ON LINEAR MAPS

In the article we discuss a condition for the linearity of a homogeneous map.

Označimo z $\mathbf{R}^n$ n — dimenzionalni realni vektorski prostor, tj. prostor vseh realnih n -teric $(x_1, \dots, x_n)$.

Naj bo $f: \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^n$ neka preslikava! Pri kakšnih pogojih je f linearna preslikava? Spomnimo se najprej definicij!

Definicije: Preslikava $f: \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^n$ je aditivna, če za poljubna $x, y \in \mathbf{R}^m$ velja:

$$f(x + y) = f(x) + f(y)$$

Preslikava $f: \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^n$ je homogena, če za poljuben skalar t iz $\mathbf{R}$ in za poljuben vektor x iz $\mathbf{R}^m$ velja:

$$f(tx) = t f(x)$$

Preslikava je linearna, če je aditivna in homogena.

Dobro je znan tale izrek o linearnih preslikavah:

Izrek 1: Če je preslikava aditivna in zvezna, potem je tudi linearna.

Vprašajmo pa se, kdaj je homogena preslikava tudi linearna. Prav lahko dobimo primere zveznih homogenih preslikav, ki niso linearne: če je $f: \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^n$ homogena preslikava, je popolnoma določena z vrednostmi na enotni sferi $\mathbf{S}^{m-1}$ takole:

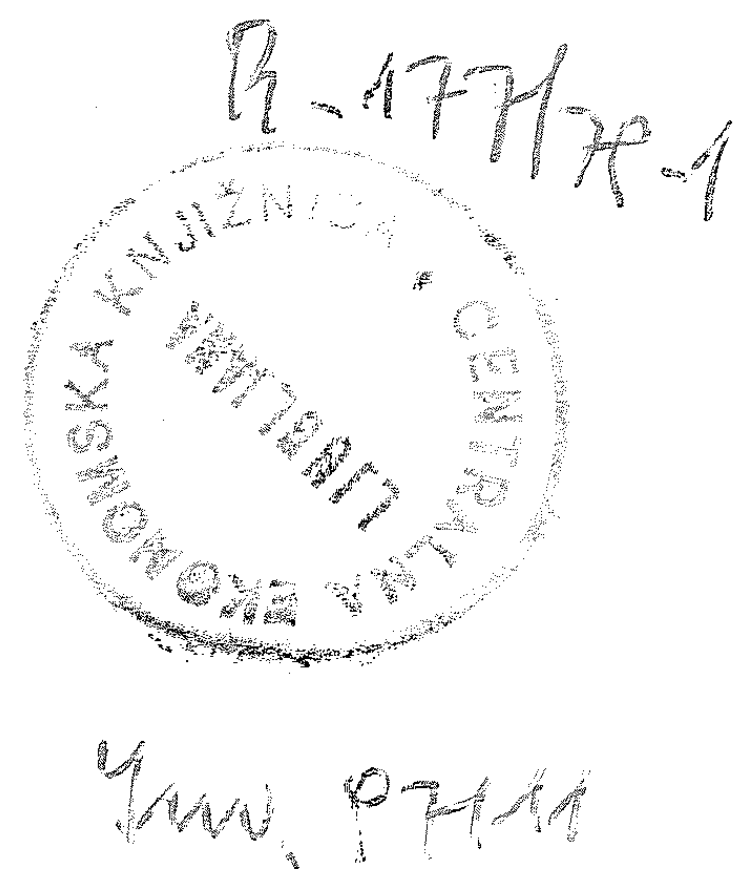
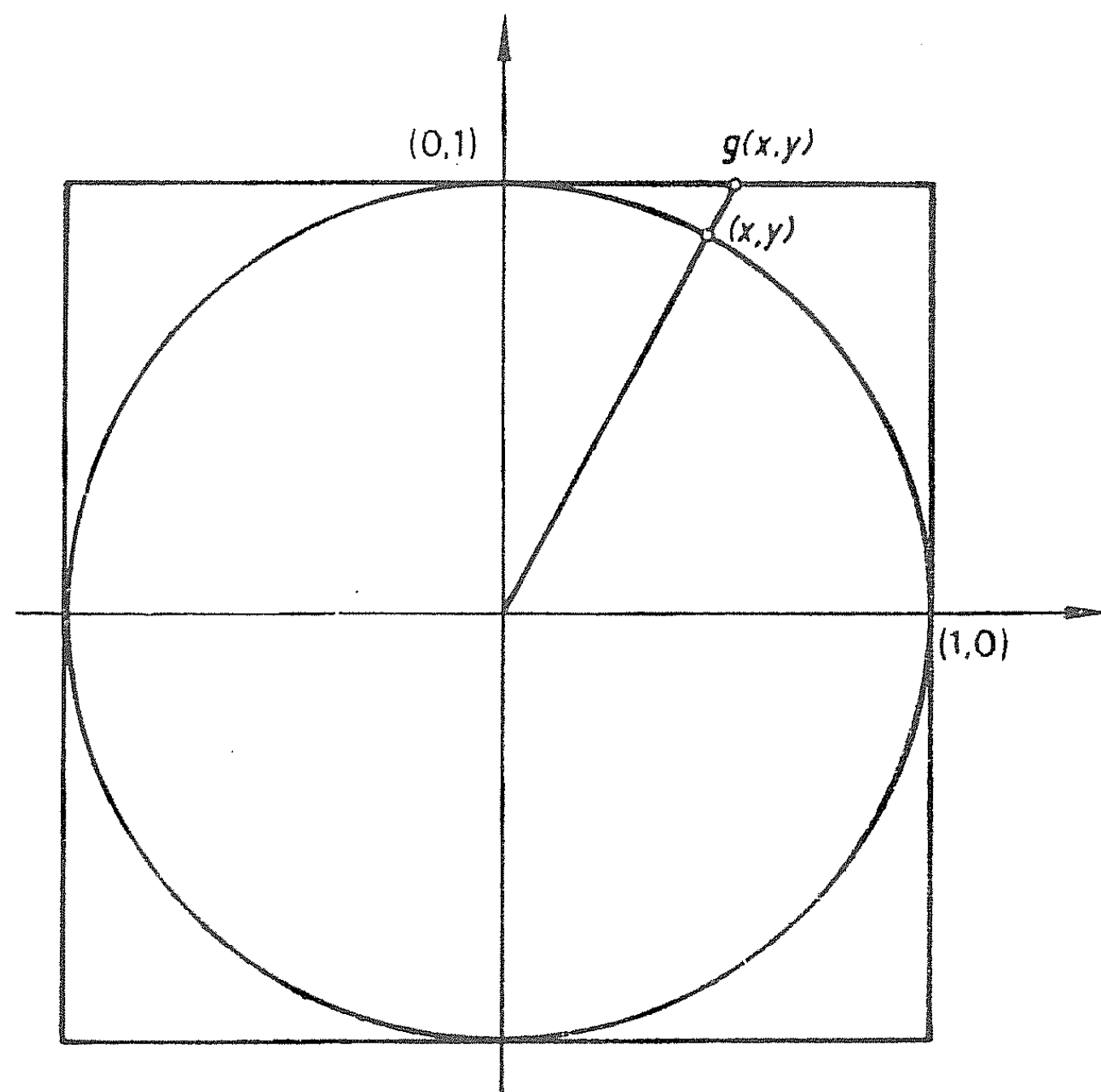
$$f(x) = \begin{cases} |x| f(x/|x|) & , \quad x \neq 0 \\ 0 & , \quad \text{sicer} \end{cases}$$

Naj bo $g: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ preslikava, ki preslika $\mathbf{S}^1$ na rob kvadrata $[-1, 1] \times [-1, 1]$ tako, da točke radialno projicira:

Če preslikavo g eksplicitno zapišemo, se predpis glasi takole:

$$g(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2)^{1/2} (x/y, 1) & , \quad |x| \leq |y| \\ (x^2 + y^2)^{1/2} (1, y/x) & , \quad |x| \geq |y| \end{cases}$$

Očitno je g homogena in zvezna preslikava, ki ni linearna.



Dokazali bomo tale izrek:

Izrek 2: Če je homogena preslikava $\mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^n$ v izhodišču odvedljiva, je linearna.

Odtod takoj sledi, da zgornja preslikava ni odvedljiva v izhodišču, kar je lahko tudi direktno preveriti.

Ker verjetno nekaterim bralcem pojem odvoda preslikav med evklidskimi prostori ni domač, ponovimo nekatere osnovne stvari!

Definicija: Preslikava $f: \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^n$ je odvedljiva v točki $a \in \mathbf{R}^m$, če obstaja taka linearna preslikava $L: \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^n$, da je

$$\lim_{h \rightarrow 0} |f(a+h) - f(a) - L(h)|/|h| = 0, \quad h \in \mathbf{R}^m$$

Preslikava L se imenuje odvod preslikave f v točki a .

Velja: Vsaka linearna preslikava je povsod odvedljiva.

Da spoznamo, kako hud je pogoj za odvedljivost preslikave v točki $a \in \mathbf{R}^m$, se spomnimo, da je preslikava odvedljiva v a , če obstajajo vsi prvi parcialni odvodi v neki okolici te točke in če so zvezni v a .

Če je L odvod preslikave f v točki $a \in \mathbf{R}^m$ in $x \in \mathbf{R}^m$ poljuben vektor, lahko izračunamo sliko $L(x)$ takole:

$$L(x) = \lim_{t \rightarrow 0} (f(a+tx) - f(a))/t, \quad t \in \mathbf{R} \quad (1)$$

Desna stran se imenuje smerni odvod preslikave f v točki a in v smeri x . Če je $x \neq 0$, je res

$$\lim_{|tx| \rightarrow 0} |f(a+tx) - f(a) - L(tx)|/|tx| = \lim_{t \rightarrow 0} (1/|x|) |f(a+tx) - f(a))/t - L(x)| = 0$$

odkoder sledi (1).

Sedaj lahko dokažemo izrek 2:

Dokaz izreka 2: Naj bo $f: \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^n$ homogena preslikava, ki je odvedljiva v točki $0 \in \mathbf{R}^m$. Naj bo L odvod te preslikave v točki 0 .

Za izračun odvoda preslikave f v točki O uporabimo formulo (1):

$$L(x) = \lim_{t \rightarrow 0} [f(tx) - f(0)]/t = \lim_{t \rightarrow 0} f(tx)/t = f(x)$$

saj za vsako homogeno preslikavo velja $f(0) = 0$, kot sledi neposredno iz definicije homogene preslikave.

Ugotovili smo $f = L$; ker je L po definiciji odvoda linearna preslikava, je f tudi in naš izrek je tako dokazan.

PADÉJEVA APROKSIMACIJA*

George A. Baker, Jr.

AMS Subj. Class. (1970) 41 A 20

Stvar, ki jo bom opisal, je za uporabno matematiko nekaj takega kot naslednje vprašanje. Recimo, da je paleontologu po mnogih letih potrpežljivega iskanja končno uspelo izkopati repno koščico zelo redkega in zanimivega dinosavra. Koščica je edini fosilni ostanek tega dinosavra, vendar je izredno dobro ohranjena. Paleontolog bi seveda iz svoje najdbe rad izvlekel kar največ in izpeljal vse, kar se da, če le mogoče podobo vsega dinosavra. Koliko pa po skrbnem merjenju in analizi koščice sploh lahko zve o dinosavru?

V uporabni matematiki in pravzaprav v vseh matematično usmerjenih znanostih pogosto srečamo probleme, ki so v marsičem podobni temu iz paleontologije. Rešitev problema se predstavi z neko funkcijo. Poznamo jo zelo natančno pri eni točki, potrebujemo pa njeno vrednost v drugi točki, če hočemo rešiti problem.

Situacijo prikazuje slika 1. Recimo, da poznamo neke funkcije zelo natančno na območju A, treba pa bi jih bilo ekstrapolirati do točke B, da bi dobili zahtevani odgovor. Vidimo, da površen ogled funkcije na območju A ne zadošča, da bi uganili njeno vrednost v točki B, ravno tako kot bi imel paleontolog preklicano trdo delo, preden bi iz koščice pričaral celega dinosavra.

Prvi korak v smeri k rešitvi problema je že dolgo tega naredil Taylor [1], učenec Isaaca Newtona. Njegova zamisel je bila, da predstavi funkcijo z vedno daljšimi polinomi. Vzemimo, na primer, funkcijo $1/(1+x)$ in jo izrazimo takole:

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots + \frac{(-x)^n}{1+x}$$

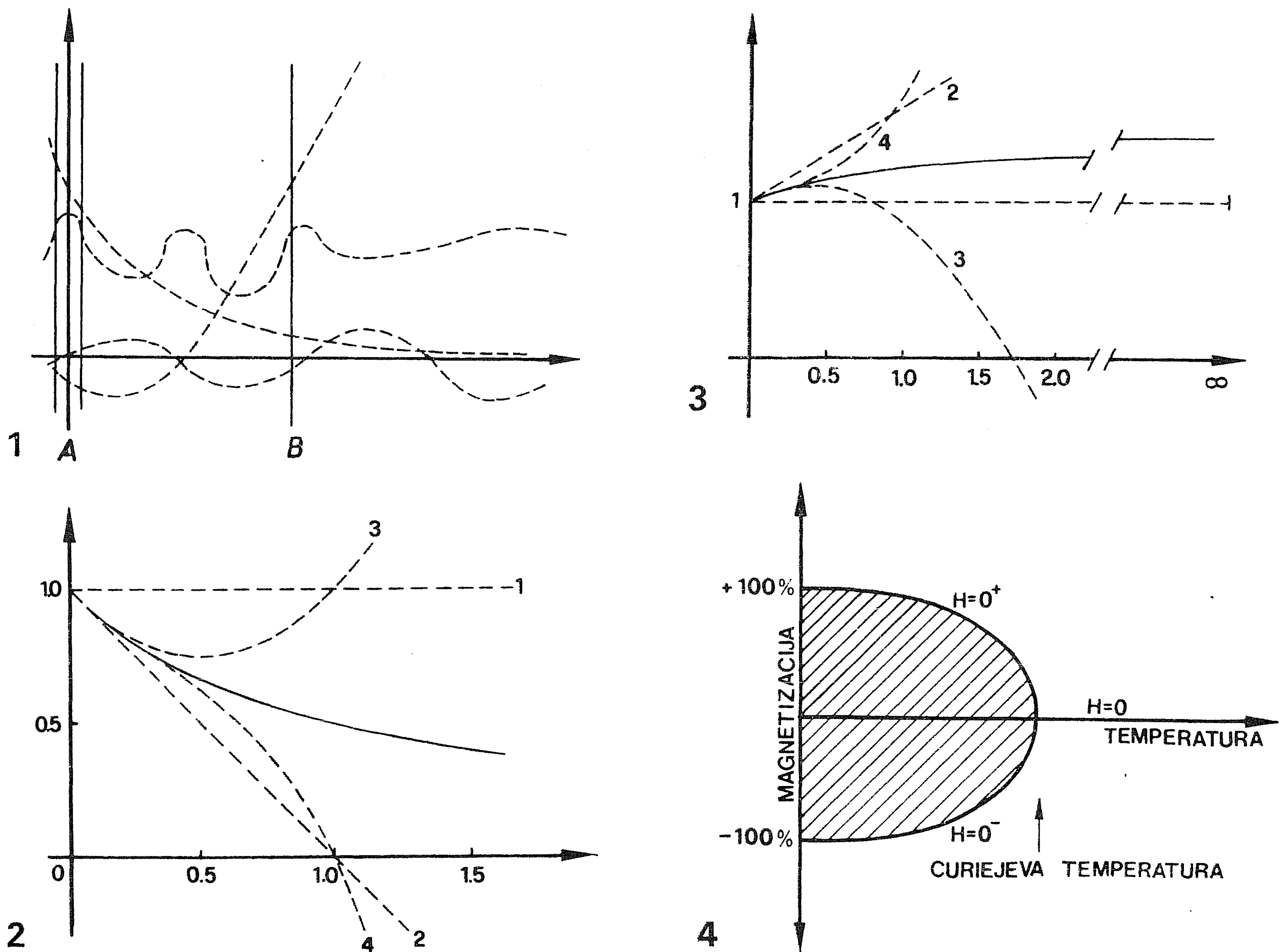
Da to izpeljemo, zapišemo očitno identiteto

$$1 = (1+x) - (x+x^2) + (x^2+x^3) - (x^3+x^4) + \dots + (-x)^n$$

in delimo obe strani z $(1+x)$. Smisel prvega izraza je, da naj bi bil zadnji člen majhen in da naj bi se bolj in bolj manjšal z rastočim n . Na primer, če je $x = 1/2$, dobimo z $n = 1$ do 5 naslednje vrednosti zadnjega člena: $-1/3$, $1/6$, $-1/12$, $1/24$, $-1/48$ itd. Če izpustimo zadnji člen, dobimo polinomske aproksimacije za funkcijo $1/(1+x)$. Pri zelo majhnem x in pri velikem n je napaka zelo majhna, ker o njej odloča visoka potenca majhnega števila. Tako daje torej polinomska aproksimacija vrednost navedene funkcije zelo natančno, kadar je x blizu nič. Oglejmo si na sliki 2, kako uspešne so zaporedne polinom-

* Accurate, long-range extrapolation — the Padé approximant, predavanje 19. 2. 1969 v Brookhavenskem nacionalnem laboratoriju, objavljeno v zbirki Brookhaven Lecture Series, BNL 50241 (T-576), No. 81 1970. Z dovoljenjem imenovanega laboratorija prevedel Ivan Kuščer.

ske aproksimacije! Posamezne črte so za $n = 1, 2, 3, 4$ in za natančno vrednost. Vidimo, da se pri $x < 1$ aproksimacije izboljšujejo, toda za $x = 1$ dobimo izmenoma bodisi 0 ali 1. Za $x > 1$ pa se polinomske aproksimacije z rastočim n celo slabšajo.



Sl. 1. Zgledi za problem ekstrapolacije

Sl. 2. Polinomske aproksimacije 1. do 4. stopnje (črtkano) za funkcijo $1/(1+x)$ (polno izvlečena krivulja)

Sl. 3. Polinomske aproksimacije za funkcijo

$$\sqrt{\frac{1+2x}{1+x}} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{5}{8}x^2 + \frac{13}{16}x^3 - \frac{141}{128}x^4 + \dots$$

Sl. 4. Tipičen diagram za spontano magnetizacijo feromagneta v odvisnosti od temperature

Pri $n \rightarrow \infty$ preidejo polinomske aproksimacije v Taylorjeve vrste. Na splošno kažejo te aproksimacije pri »spodobnih« funkcijah nekako takšno vedenje kot v opisanem primeru. Če zaznamujemo odvod funkcije $f(x)$ s $f'(x)$, odvod odvoda s $f''(x)$ itd., lahko zapišemo Taylorjevo vrsto za $f(x)$ okrog $x = 0$ takole:

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 + \dots + \frac{f^n(0)}{n!}x^n + \dots$$

Vprašanje pa je, ali ne bi mogli doseči česa boljšega. Kot kaže slika 2, je funkcija $1/(1+x)$ čisto gladka in bi pravzaprav morala dopustiti natančno ekstrapolacijo čez daljši interval.

Vzemimo zdaj drug primer, ki ga kaže slika 3. Funkcija je zelo gladka, vendar se ji polinomske aproksimacije nič ne približujejo, razen če je $x < 1/2$. Če hočemo izračunati vrednost za $x \rightarrow \infty$, dobimo razen v prvi aproksimaciji vedno neskončen rezultat. Težave ni težko prepoznati. Vsak dodatni člen v polinomu narašča hitreje kot prejšnji, ko gre x proti ∞ . Pa poskusimo z ulomljeno aproksimacijo, ki ima x v isti stopnji tako v dividendu kot v divizorju, pri čemer naj se prvi členi Taylorjeve vrste za to aproksimacijo ujemajo s pravo vrsto! Pričakujemo, da bo rezultat za majhne x še vedno dober, za velike x pa vsaj ne bo ušel v neskončnost. Funkcija na sliki 3, njena ulomljena aproksimacija ter iz te izvedena Taylorjeva vrsta so naslednje:

$$f(x) = \sqrt{\frac{1+2x}{1+x}} \approx 1 + \frac{1/2x}{1+5/4x} = 1 + 1/2x - 5/8x^2 + 25/32x^3 - 125/128x^4 + \dots$$

Zanimivo je, da se navedena ulomljena aproksimacija pri $x \rightarrow \infty$ približuje vrednosti 1,4, kar navsezadnje ni tako slaba aproksimacija za pravo limito $f(\infty) = \sqrt{2} = 1,414213562\dots$. Koeficienti Taylorjeve vrste se ujemajo s pravimi do člena x^2 ; koeficient pri x^3 pa je napačen samo za 4 %. Če gremo korak dalje in konstruiramo aproksimacijo, ki je kvocient dveh kvadratnih polinomov, dobimo še boljši rezultat:

$$\frac{1 + 13/4x + 41/16x^2}{1 + 11/4x + 29/16x^2} \rightarrow 41/29 = 1.41379310$$

V resnici sta po vsem intervalu od $x = 0$ do ∞ obe aproksimaciji tako dobri, da bi ju na sliki ne mogli razločiti od prave krivulje. Pri tem je nenavadno, da pridemo do takega rezultata samo s prilagajanjem odvodov pri $x = 0$.

Aproksimacijo opisane vrste je v drugi polovici 19. stoletja raziskal in sistematiziral H. Padé [2]. Za aproksimacijo s polinomoma N -te in M -te stopnje je uporabil naslednjo kratico:

$$[N, M] = \frac{p_0 + p_1x + \dots + p_Mx^M}{1 + q_1x + \dots + q_Nx^N}$$

Če vedno zahtevamo, da se Taylorjevi vrsti za dano funkcijo in za njeno Padéjevo aproksimacijo kolikor mogoče daleč ujemata, dobimo koeficiente p_i in q_j iz naslednjega sistema enačb:

$$\begin{aligned} a_0 &= p_0 \\ a_1 + a_0q_1 &= p_1 \\ a_2 + a_1q_1 + a_0q_2 &= p_2 \\ &\vdots \\ a_M + a_{M-1}q_1 + \dots + a_0q_M &= p_M \\ a_{M+1} + a_Mq_1 + \dots + a_{M-N+1}q_N &= 0 \\ &\vdots \\ a_{M+N} + a_{M+N-1}q_1 + \dots + a_Mq_N &= 0 \end{aligned}$$

Pri tem so a_n koeficienti v Taylorjevi vrsti

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

Razen tega vstavimo $a_n = 0$, če je $n < 0$, in $q_j = 0$ če je $j > N$. Zapisani sistem enačb je linearen in ga torej lahko rešimo z determinantami. Potem se pa da sama Padéjeva aproksimacija izraziti s kvocientom dveh determinant:

$$[N, M] = \frac{\begin{vmatrix} a_{M-N+1} & a_{M-N+2} & \dots & a_{M+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_M & a_{M+1} & \dots & a_{M+N} \\ \sum_{j=N}^M a_{j-N}x^j & \sum_{j=N-1}^M a_{j-N+1}x^j & \dots & \sum_{j=0}^M a_jx^j \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{M-N+1} & a_{M-N+2} & \dots & a_{M+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_M & a_{M+1} & \dots & a_{M+N} \\ x^N & x^{N-1} & \dots & 1 \end{vmatrix}}$$

Ko sva z Johnom Gammelom [3] pred 8 leti začela raziskovati te aproksimacije, se nama je zdelo zelo čudno, da tako hitro in tako dobro konvergirajo. Na razpolago so bili klasični rezultati, vendar nobenega, ki bi zares odgovoril na vprašanje: Kdaj lahko uporabimo Padéjevo aproksimacijo? In še: Kdaj dajo Padéjeve aproksimacije nizke stopnje dober približek: Ali je ujemanje v opisanem primeru le posledica srečnega naključja ali pa smemo praviloma pričakovati takšno vedenje?

Tabela 1

Vrednosti $[N, N]$ pri $x \rightarrow \infty$

N	$\operatorname{sech} \sqrt{x}$	$\operatorname{th}^2 \sqrt{x}$	$\exp\left(\frac{x}{1+x}\right)$	$(\operatorname{arctg} \sqrt{x})^2$	$\sqrt{\frac{1+2x}{1+x}}$	$w(x)$
1	—0.2	1.5	0.333333333	1.5	1.40	—0.8333333
2	.03833866	0.92024	.368421052	1.8677	1.413793103	—0.7877462
3	—0.00868970	1.00373	.367875648	2.0331	1.414201183	—0.7896576
4	.00182286	0.99636	.367879456	2.1271	1.414213198	—0.7895792
5	—0.00038254			2.1876	1.414213552	
6				2.2299		
7				2.2611		
8				2.2850		
prava vrednost	0	1.	0.367879441	2.4674	1.414213562	—0.7895822
$w(x) = \pi - 2 \operatorname{arctg}(5/12) - 2 \operatorname{arctg}(2.4 - 2.6x)$						

Izdelala sva več primerov, da bi videla, kako dobra je Padéjeva aproksimacija. Nekaj jih podaja tabela 1, ki kaže, da je metoda po navadi zelo uspešna. Pojasnilo je potrebno edinole pri funkciji $(\operatorname{arctg} \sqrt{x})^2$, ki jo lahko zapišemo tudi takole:

$$(\operatorname{arctg} \sqrt{x})^2 = x \left[\int_1^\infty \frac{dz}{x+z^2} \right]^2$$

Točka $x = \infty$ je pri tej funkciji nekaj prav posebnega. V Padéjevi aproksimaciji je ∞ ena sama točka, to se pravi $+\infty$ in $-\infty$ si moramo tu predstavljati, da sovpadata. Toda če je $x < -1$, vidimo, da je imenovalec v integrandu pri nekem z enak nič, tako da so tedaj z integralom težave. Zato nas ne sme presenetiti, da tu ne pridemo tako hitro do natančnega odgovora kot pri vrednostih, kjer je funkcija regularna. Vrednosti aproksimacije so pri $x \rightarrow \infty$ še vedno za 10 % napačne in se le počasi spreminjajo; primerjava pa kaže, da se približujejo pravi vrednosti $(\pi/2)^2$, in sicer precej podobno kot delne vsote znane vrste

$$\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 = \frac{3}{2} \left[1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots \right]$$

Po opisanem uspehu sva preiskala še drugo skupino funkcij, ki so popolnoma nedostopne metodi s Taylorjevo vrsto. Koeficienti v teh vrstah namreč tako hitro rastejo, da vrste divergirajo že pri poljubno majhnem x . Tak primer dobimo s formalnim razvojem naslednjega integrala:

$$\int_0^\infty \frac{e^{-t} dt}{1+xt} = 1 - 1x + 1 \cdot 2x^2 - 1 \cdot 2 \cdot 3x^3 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4x^4 - \dots$$

Pri $x \rightarrow \infty$ izračunamo

$$[1,1] = 1/2, [2,2] = 1/3, [3,3] = 1/4, [4,4] = 1/5, [5,5] = 1/6$$

prava vrednost pa je 0. Pri $x = 1$ dobimo tako imenovano Eulerjevo divergentno vrsto. Padéjeva aproksimacija da npr. $[6,6] = 0,5968$; prava vrednost funkcije pa je 0,5963. Vidimo, da dobimo skoraj pravo vrednost ne le pri $x = 1$, ampak v limiti celo pri $x \rightarrow \infty$, čeprav je to spet singularna točka.

Deloma razumemo, zakaj je Padéjeva aproksimacija tako uspešna pri ekstrapoliranju tja do neskončnosti, če upoštevamo, da zanjo neskončnost ni tako zelo oddaljena. Oglejmo si naslednjo substitucijo, ki neskončnost premakne v končno točko:

$$x = \frac{w}{1-2w}, \text{ torej } w = \frac{x}{1+2x}$$

Vrednosti $w = 1/2$ ustreza $x = \infty$. Drugi obravnavani primer se izrazi takole:

$$\sqrt{\frac{1+2x}{1+x}} = \frac{1}{\sqrt{1-w}} = 1 + 1/2w + 3/8w^2 + 5/16w^3 + 35/128w^4 + \dots$$

Če zdaj izračunamo zaporedne polinomske približke (po Taylorjevi formuli) pri $w = 1/2$, to je za $x = \infty$, dobimo kar dobre rezultate:

$$1, 1.25, 1.34375, 1.38281, 1.39990, \dots$$

Niso tako dobri kot tisti iz Padéjeve aproksimacije, vendar nazadnje le dajo pravilno vrednost. Poskusimo s substitucijo še v prej navedeni Padéjevi aproksimaciji! Dobimo npr.

$$\begin{aligned} [2,2] &= \frac{1 + 13/4x + 41/16x^2}{1 + 11/4x + 29/16x^2} = \frac{1 - 3/4w + 1/16w^2}{1 - 5/4w + 5/16w^2} = \\ &= 1 + 1/2w + 3/8w^2 + 5/16w^3 + 35/128w^4 + \dots \end{aligned}$$

Vrsta konvergira k vrednosti $41/29$ pri $w = 1/2$ in se do člena z w^4 ujema s Taylorjevo vrsto za pravo funkcijo. Iz tega sklepamo, da bi bilo vseeno, če bi bili najprej opravili substitucijo in s tem približali neskončnost, šele potem pa tvorili Padéjevo aproksimacijo. Po drugi strani smo videli, da se je substitucija hudo poznala pri polinomske aproksimaciji po Taylorju. Na splošno se da dokazati, da so Padéjeve aproksimacije invariantne pri ulomljeni linearni transformaciji. To se pravi, če je $[N, N]_1(x)$ Padéjeva aproksimacija za funkcijo $f(x)$, $[N, N]_2(w)$ pa za $f(aw/(1 + bw))$, tedaj velja

$$[N, N]_1\left(\frac{aw}{1 + bw}\right) = [N, N]_2(w)$$

Potemtakem točka ∞ za Padéjevo aproksimacijo ni niti blizu niti daleč, ampak je to le točka kot katera koli druga.

Če torej oddaljenost točke ne odloča o območju uporabnosti Padéjeve aproksimacije, kaj sploh odloča? Nekaj preprostih zgledov nam bo pomagalo do jasnosti. Najprej upoštevajmo, da ima Padéjeva aproksimacija ničle lahko le tam, kjer jih ima dividend. Pri aproksimiranju funkcije, ki ima dosti ničel, kot npr. $\sin x$, potrebujemo v števcu polinom dovolj visoke stopnje, da lahko približno reproduciramo ničle vsaj na intervalu, ki nas zanima. So pa tudi funkcije, kot npr. $\tan x$, ki nimajo samo ničel, ampak tudi preproste singularnosti — pole. Funkcija $\tan x = \sin x / \cos x$ gre v neskončnost vsakokrat, ko ima kosinus ničlo. V takih primerih mora biti stopnja polinoma v divizorju Padéjeve aproksimacije dovolj visoka, da lahko reproducira pole vsaj na obravnavanem intervalu. Če je funkcija vzdolž kake črte v kompleksni ravnini nezvezna, bo Padéjeva aproksimacija težko dala natančne približke v bližini te črte, ker je razen v polih ta aproksimacija povsod zvezna. Aproksimacija ponaredi nezveznost z gostim nizom polov in ničel. Splošni zaključek je torej, da sta območje in hitrost konvergence pri Padéjevi aproksimaciji določeni z analitičnim značajem funkcije, ki jo aproksimiramo.

Doslej smo uporabljali Padéjevo aproksimacijo le za matematično definirane funkcije, katerih lastnosti so bile naprej znane. Oglejmo si pa primer iz fizike, ko lastnosti funkcije v podrobnostih niso naprej znane, ampak bi jih radi izpeljali.

Predstavljajmo si navaden magnet! Dober magnet dolgo obdrži svojo magnetizacijo tudi brez zunanjega polja. Če ga pa dovolj segrejemo, magnetizacija izgine. Razmere pojasnjuje slika 4. Krivulja kaže t. i. spontano magnetizacijo, ki jo magnet obdrži brez zunanjega polja. V idealnem primeru zadošča poljubno šibko zunanje polje, da določi smer magnetizacije (+ ali — na sliki). Temperatura, pri kateri spontana magnetizacija izgine, se imenuje Curiejeva temperatura. Nad njo ni nobene spontane magnetizacije. Pač pa snov še lahko magnetiziramo z zunanjim magnetnim poljem. Opazimo, da je magnetna susceptibilnost, to je odvod magnetizacije po jakosti zunanjega polja ($\chi = \partial M / \partial H$), tem večja, čim bolj se približamo Curiejevi temperaturi T_c . Ob sami Curiejevi točki ($T = T_c$ in $H = 0$) je susceptibilnost neskončna. Prav zanimivo je preiskati, kako raste χ v neskončnost, ko gre T proti T_c . Sprva se je zdelo, da je χ obratno sorazmeren s $(T - T_c)$; vendar se je kasneje pokazalo, da je eksponent drugačen.

Za matematično obravnavanje problema bomo privzeli Isingov model magnetizma, ki so ga imenovali po E. Isingu [4]; iznašel pa ga je pravzaprav nje-

gov učitelj W. Lenz leta 1920. Dombu [5], Rushbrookeju in drugim je v letih po 1960 uspelo pri tem modelu nekaj podobnega kot paleontologu z dinozavrovo koščico. Izračunali so precejšnje število členov Taylorjeve vrste za susceptibilnost (pri majhnem H) v odvisnosti od spremenljivke $w = \text{th}(J/kT)$. Pri tem je J značilna konstanta (t. i. izmenjalna energija), k pa Boltzmannova konstanta. Za enostavno kubično mrežo se vrsta glasi

$$\chi(w) = 1 + 6w + 30w^2 + 150w^3 + 726w^4 + 3510w^5 + 16710w^6 + 79494w^7 + \\ + 375174w^8 + 1769686w^9 + 8306862w^{10} + 38975286w^{11} + \dots$$

Zazdelo se je, da se v bližini kritične točke susceptibilnost takole vede

$$\chi(w) = \left(1 - \frac{w}{w_c}\right)^{-\gamma} A(w)$$

pri čemer je $A(w)$ gladka funkcija, γ pa neznan eksponent. Domnevo raziščemo s Padéjevo aproksimacijo tako, da se lotimo logaritemskega odvoda. Veljati bi moralo

$$\frac{d \ln \chi(w)}{dw} = \frac{-\gamma}{w - w_c} + \ln A(w)$$

Pogledati moramo samo, kje je ničla in kolikšen je ustrezni koeficient v divizorju Padéjeve aproksimacije za funkcijo na levi strani, da najdemo w_c in γ .

Račune so naredili za več inačic modela [6]. Za dvodimenzionalni Isingov model s kvadratno mrežo se da rezultat dobiti tudi analitično. Padéjeva aproksimacija hitro konvergira proti temu rezultatu, pri katerem je $\gamma = 7/4$. Za ustrezni tridimenzionalni model eksaktna vrednost γ ni znana; Padéjeve aproksimacije pa dajo približno $\gamma = 5/4$.

Če je domneva o značaju singularnosti pravilna in če smo našli pravo vrednost γ , lahko naredimo preizkus. Potenca $\chi^{1/\gamma}$ mora imeti pól prve stopnje, torej enojno ničlo v divizorju Padéjeve aproksimacije. Tudi to so poskusili in dobili dobro ujemanje.

Drug pomemben in značilen podatek za Isingov model je odvisnost magnetizacije od poljske jakosti v bližini nasičenja, torej pri $H \rightarrow \infty$. Uporabimo takšno neodvisno spremenljivko x , ki gre proti 0 pri $H \rightarrow \infty$. Padéjeva aproksimacija se da tu posebno učinkovito izkoristiti, ker se z njo približujemo iskani funkciji z dveh strani. To posebno lastnost ima aproksimacija pri tako imenovanih Stieltjesovih vrstah, to je pri funkcijah, ki se dajo predstaviti s takšnimi integrali:

$$f(x) = \int_0^1 \frac{p(t)dt}{1 + xt}, \quad p(t) \geq 0$$

Preprost primer je

$$f(x) = \int_0^1 \frac{dt}{1 + xt} = \frac{\ln(1 + x)}{x} = 1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{3} - \frac{x^3}{4} + \frac{x^4}{5} - \dots$$

Dokazati se da, da velja

$$[N - 1, N - 1] > [N, N] > f(x) > [N, N - 1] > [N - 1, N - 2]$$

Za vsako takšno funkcijo dobimo torej z aproksimacijami $[N, N]$ bolj in bolj natančne zgornje meje, z aproksimacijami $[N, N - 1]$ pa spodnje. V navedenem posebnem primeru je

$$[1, 1] > [2, 2] > \frac{\ln(1+x)}{x} > [2, 1] > [1, 0]$$

Ustrezne vrednosti pri $x = 1$ so

$$0.7 > 0.693333 > 0.693147 > 0.692308 > 0.666667$$

Vidimo, da sta se aproksimaciji $[2, 2]$ in $[2, 1]$ približali pravi vrednosti $f(1)$ na 0,1 % natančno, in sicer vsaka s svoje strani, tako da je prava vrednost zanesljivo nekje vmes.

Izrek, ki sta ga izpeljala Lee in Yang [7] za singularnosti magnetizacije pri Isingovem modelu, pomaga, da reduciramo magnetizacijo na Stieltjesovo obliko. S Padéjevimi aproksimacijami dobimo potem skoraj za celotno območje temperatur in poljskih jakosti približke, ki z obeh strani konvergirajo proti pravi vrednosti. S tem je torej tudi tridimenzionalni Isingov problem rešen, vsaj s praktičnega vidika.

Predstavil sem le majhen izbor primerov, kjer pride prav Padéjeva aproksimacija. Vendar upam, da sem vam posredoval vtis o uporabnosti te metode.

Začeli smo s starim načinom ekstrapolacije, ki uporablja polinomske aproksimacije funkcij; spoznali smo dobre in slabe strani te metode. Potem smo si ogledali aproksimacijo v obliki kvocienta dveh polinomov in ugotovili, da je tak način dosti boljši. Končno smo opisali uporabo te metode pri problemu magnetizma. Z njo je uspelo analizirati naravo singularnosti, ki jo najdemo pri magnetni susceptibilnosti.

LITERATURA

- [1] B. Taylor, *Methodus Incrementorum Directa et Inversa*, London, 1715.
- [2] H. Padé, *Thesis*, Ann. Ecole Normale **9**, Suppl. 1 (1892).
- [3] G. A. Baker, Jr., in J. L. Gammel, J. Math. Anal. Appl. **2** (1961) 21. Pregled novjših dosežkov podaja zbornik *The Padé Approximant in Theoretical Physics*, urednika G. A. Baker, Jr., in J. L. Gammel (Acad. Press, New York, 1970).
- [4] E. Ising, Z. Physik **31** (1925) 253; W. Lenz, Z. Physik **21** (1920) 613.
- [5] Dober pregled iz tistega časa podaja C. Domb v *Advances of Physics* **9** (1960) 150.
- [6] G. A. Baker, Jr., Phys. Rev. **124** (1961) 768.
- [7] T. D. Lee in C. N. Yang, Phys. Rev. **87** (1952) 410.
- [8] G. A. Baker, Jr., Phys. Rev. **161** (1967) 434.
- [9] Novejši razvoj prikazuje konferenčni zbornik: *Padé and Rational Approximation — Theory and Applications*, uredila E. B. Saff in R. S. Varga, Academic Press (New York) 1977.

ŠESTDESETLETNICA PROFESORJA IVANA KUŠČERJA

Lep običaj je, da ob jubilejih znanih znanstvenikov in učiteljev izdajo slavnostni zbornik s prispevki učencev in sodelavcev. Včasih ob takem jubileju celo skličejo simpozij. Pri nas teh možnosti ni. Kratek zapis v *Obzorniku* o življenju in delu jubilanta mora prevzeti vlogo zbornika s tehtnimi znanstvenimi članki.

Ivan Kuščer je bil rojen 17. junija 1918 na Dunaju. V šolo je hodil v Ljubljani. Leta 1941 je končal študij na tedanji filozofski fakulteti z diplomo iz predmetne skupine z matematiko in kemijo kot glavnima predmetoma in fiziko kot stranskim predmetom. Leta 1945 je postal asistent za fiziko in leta 1951 docent na tedanji prirodoslovno-matematično-filozofski fakulteti, potem ko je tega leta uspešno obranil doktorsko disertacijo o difuziji svetlobe. Leta 1959 je bil izvoljen za izrednega profesorja in leta 1963 za rednega profesorja na sedanjem oddelku za fiziko fakultete za naravoslovje in tehnologijo. Leta 1977 je bil ponovno izvoljen za rednega profesorja.



Težišče znanstvenega dela profesorja Kuščerja je na področju transportne teorije: obravnava transport nevtronov in svetlobe, ki ga opiše z linearizirano Boltzmannovo enačbo. V svojih delih razpravlja o stacionarnih in nestacionarnih rešitvah transportne enačbe za energijsko neodvisno in energijsko odvisno sipanje, o polnosti in ortogonalnosti lastnih funkcij transportne enačbe, o Greenovih funkcijah, o recipročnosti, detajlnem ravnovesju in drugih simetrijskih lastnostih pri sipanju delcev, o spektru Boltzmannovega operatorja, o nevtronskih valovih in o drugem. Skratka, študira in rešuje Boltzmannovo transportno enačbo v vsej njeni raznoličnosti. Profesor Kuščer je eden od vodilnih strokovnjakov s tega področja na svetu. Drugo znanstveno področje profesorja Kuščerja je kinetična teorija plinov in interakcija plinov s površinami. V zadnjem času pa se je lotil — enako uspešno kot prejšnjih dveh — še kinetične teorije kapljevin.

Znanstveno delo profesorja Kuščerja je potekalo doma pa tudi v znanih raziskovalnih centrih v tujini: na univerzi v Birminghamu v Angliji (več mesecev 1952), na michiganski univerzi v Ann Arborju in brookhavenskem državnem laboratoriju v ZDA (poldrugo leto 1963—1965), na koledžu kraljice Mary v Londonu (dva meseca 1966), na Cornellovi univerzi (v šolskem letu 1968/69) in na kalifornijskem tehničnem inštitutu (v šolskem letu 1974/75)

v ZDA, na Planckovem inštitutu za hidrodinamiko v Göttingenu (mesec dni v 1972) in na univerzi v Kaiserslauternu (v šolskem letu 1977/78) v ZR Nemčiji. Na nekaterih od teh ustanov je tudi predaval.

Poleg tega je nastopil na velikem številu mednarodnih znanstvenih srečanj, letnih šol in seminarjev: Ankara (1965), Baabe v DR Nemčiji (1966), Ann Arbor v ZDA (1967), Boži Dar v ČSSR (1968), Argonne v ZDA (1968), Bari (1968), Blacksburg v ZDA (1969 in 1975), Pisa (1970), Marianske Lazne v ČSSR (1971), Oxford (1971), Dunaj (1972), Stanford v ZDA (1972), Los Angeles (1973), Pariz (1974), Göttingen (1974), Budimpešta (1975), Bialowieza na Poljskem (1975), Utrecht (1976), Oberwolfach v ZR Nemčiji (1976), Bologna (1977), Grac (1977), Wrocław (1978), Cannes (1978). Nekako na polovici teh prireditev je sodeloval kot povabljen predavatelj.

Na vseh raziskovalnih področjih je imel profesor Kuščer prijavljene raziskovalne naloge pri skladu Borisa Kidriča, pri zvezni komisiji za nuklearno energijo, pri zveznem svetu za znanstveno delo in preko zavoda za mednarodno tehnično sodelovanje pri National Science Foundation iz ZDA.

Leta 1963 je dobil Kidričevo nagrado za deli *Recipročnostni izreki za termične nevtrone* in *Termična difuzija nevtronov*. Od ustanovitve (1971) je urednik newyorške revije *Transport Theory and Statistical Mechanics* za vzhodno Evropo.

Ivan Kuščer je kot asistent v tedanjih skromnih razmerah z veliko volje in domiselnosti sodeloval pri izdelavi naprav za laboratorijske vaje in tudi za demonstracijske poskuse. Potem ko je postal docent, je prevzel predmete matematična fizika I in II in toplota in jih predaval vrsto let. Poleg njih je predaval večkrat tudi še fiziko I in po enkrat fiziko II in pregled klasične fizike na tretji stopnji. Občasno je imel še krajše cikle predavanj in vodil podiplomski seminar. Doma in kot gost tujih univerz in inštitutov je imel skoraj sto predavanj s svojih delovnih področij. Bil je mentor 6 diplomantom, 2 magistrandoma in 5 doktorandom (od tega dvema v ZDA).

Skupaj z A. Moljkom je izdal v več izdajah učbenik *Fizika*, ki je namenjen predvsem srednješolcem. Poleg tega je napisal vrsto skript: *Matematične naloge iz fizike I. in II. del*, *Termodinamika* (s S. Žumrom), *Statistična mehanika* (prav tako s S. Žumrom), če omenimo samo zadnje izdaje, in še *Osnove atomske fizike v Radioaktivnih izotopih v industriji*, *Izpitna vprašanja iz fizike* (skupaj s F. Ahlinom, A. Moljkom in J. Strnadom), *Fizikalni praktikum I* (skupaj s F. Ahlinom, M. Hribarjem in S. Pahorjem), *Neutron transport theory* (na Cornellovi univerzi).

Profesor Kuščer je znan kot odličen predavatelj z obsežnim vsestranskim znanjem fizike. Svoje šolsko delo opravlja vestno kot malokdo. Delu s študenti posveča veliko pozornosti in ni čudno, da ima pri tem lepe uspehe.

Profesor Kuščer je prispeval k temu, da ima oddelek za fiziko svojo današnjo podobo. Sodeloval je pri njegovi zasnovi in rasti. Opravljal je tudi razne funkcije na oddelku, na fakulteti in na univerzi. Bil je med idejnimi očeti inštituta za matematiko, fiziko in mehaniko. Z Antonom Moljkom in Davorinom Tomažičem je sodeloval pri načrtih za gradnjo inštituta in je bil pozneje nekaj časa njegov direktor. Tudi njegova zasluga je, da ima oddelek svoje prostore.

Od leta 1971 si je skupaj z Antonom Moljkom prizadeval, da bi osnovali magistrski študij za srednješolske učitelje fizike. Po začetku tega študija je

vložil vanj veliko dela in brez njega študij ne bi bil tako uspešen, kot je. Sodeloval je z zavodom za šolstvo SRS v težnji, da bi posodobili pouk fizike na srednjih šolah in izboljšali učni načrt. V letih 1973/74 je vodil komisijo za nov učni načrt.

V času po vojni je imel profesor Kuščer v okviru Prirodoslovnega društva na skrbi organizacijo prirodoslovnih krožkov na gimnazijah. Tedaj je populariziral fiziko s članki v *Proteusu*. V okviru Prirodoslovnega društva je večkrat predaval za širšo javnost. Bil je med ustanovitelji Društva matematikov, fizikov in astronomov SRS. V okviru društva je več let pripravljал predavanja za srednješolce in druge. Bil je tudi med ustanovitelji *Obzornika za matematiko in fiziko* in je bil član uredniškega odbora od ustanovitve 1951 do 1963. Za pisanje v *Obzorniku* je navduševal študente in jim bil potrpežljiv mentor.

Za svoje delo je bil dvakrat odlikovan: leta 1965 je dobil Red dela z zlatim vencem, leta 1974 ob petindvajsetletnici društva pa Red zaslug za narod s srebrnimi žarki.

Profesor Kuščer je znan tudi po svojih konjičkih. Zelo rad se potaplja in raziskuje naše morje. Lahko bi rekli, da je bil pionir potapljanja v času, ko o podvodnem ribolovu še ni bilo ne duha ne sluha. Poleg tega je navdušeno hodil po hribih in vodil tja tudi svoje študente.

Profesorja Kuščerja odlikuje velika predanost delu. Naj gre za članek, za šolsko predavanje ali za spremembo učnega načrta, vsega se loti izredno temeljito. Pri vsem svojem delu je tak: ne samo od sebe, ampak tudi od drugih zahteva raje preveč kot premalo. Kljub strogosti pa je med študenti in med kolegi zelo priljubljen. Vedno je pripravljen pomagati. Študentom rad prisluhne, tudi če gre za njihove težave zunaj šole. Kolegi pa znajo ceniti njegove predloge in njegove — včasih tudi ostre — sodbe. Člani društva, njegovi prijatelji in učenci želimo profesorju Ivanu Kuščerju, da bi ostal čil in zdrav še dolgo vrsto let, da bi napisal še mnogo znanstvenih člankov in knjig in imel še veliko uspelih predavanj.

Sergej Pahor in Janez Strnad

SEZNAM POMEMBNEJŠIH OBJAV PROFESORJA IVANA KUŠČERJA

A Učbeniki in skripta

Fizika (v 3 delih), Državna založba Slovenije, Ljubljana 1958, 1960 in 1963, skupno 868 str.; 2. izdaja, 1965 in 1966, 3. izdaja, 1977 in 1978 (skupaj z A. Moljkom).

Statistična mehanika, Nuklearni inštitut J. Stefan, Ljubljana 1959, 108 str.

Statistična mehanika, Univerza v Ljubljani, Ljubljana 1977, 156 str. (skupaj s S. Žumrom).

Matematične metode fizike, Nuklearni inštitut J. Stefan, Ljubljana 1959—1963, 332 str.

Matematične naloge iz fizike I, II, Univerza v Ljubljani, Ljubljana 1977, 205 + 161 str.

Neutron transport theory. Lectures at Cornell University (1969).

Osnove atomske fizike, Nuklearni inštitut J. Stefan, Ljubljana 1960, 55 str. (skupaj z R. Blincem, P. Gosarjem in J. Strnadom).

Izpitna vprašanja iz fizike, Univerza v Ljubljani, Ljubljana 1963, 55 str. (skupaj s F. Ahlinom, A. Moljkom in J. Strnadom).

Fizikalni praktikum I, Katedra za fiziko in Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko, Ljubljana 1966, 152 str. (skupaj s F. Ahlinom, M. Hribarjem in S. Pahorjem).

Termodinamika, Univerza v Ljubljani, Ljubljana 1974, 135 str. (skupaj s S. Žumrom).

B Znanstvene objave

The "floating thread", a surface phenomenon on flowing water, Nature **160** (1947) 673—674.

Kraški izviri ob morski obali, Razprave SAZU **A1** (1950) 97—147.

Difuzija svetlobe v neomejenem motnem sredstvu, disertacija, Univerza v Ljubljani 1951; izvleček v Bulletin Scientifique Yugosl. **2** (1954) 15—16.

Penetration of radiation through a thick slab of isotropically scattering material, Can. J. Phys. **31** (1953) 1187—1188.

Kritična velikost reaktorja, Obzornik mat. fiz. **3** (1955) 103—114.

A chronograph for recording variable counting rates, Rep. Inst. J. Stefan **2** (1955) 51—52 (skupaj z M. V. Mihailovićem).

Računanje vodnega toka v prepustni plasti pod jezo, Obzornik mat. fiz. **4** (1955) 26—32.

Milne's problem for anisotropic scattering, J. Math. & Phys. **34** (1955) 256—266.

A graphical method for the determination of half-lives, Phil. Mag. **2** (1957) 998 do 1002 (skupaj z M. V. Mihailovićem in E. C. Parkom).

The diffusion coefficient of thermal neutrons, Nuovo Cimento **7** (1958) 451—460 (skupaj z M. Ribaričem).

Diffuse reflection of light from a semiinfinite scattering medium, J. Math. & Phys. **37** (1958) 52—57.

Matrix formalism in the theory of diffusion of light, Optica Acta **6** (1959) 42—51 (skupaj z M. Ribaričem).

Trenneffekt im Gaswirbel, Z. Naturforschg **16 a** (1961) 442—443 (skupaj z J. Strnadom in V. Dimicem).

Metode raziskovanja obmorskih kraških izvirov; drugi jugoslovanski speleološki kongres v Splitu 1958, Zagreb 1961, 39—43.

Milne's problem for thermal neutrons in a nonabsorbing medium, Nucl. Sci. Eng. **11** (1961) 116—120 (skupaj z R. Kladnikom).

Velocity dependent Milne's problem, Nucl. Sci. Eng. **13** (1962) 149—152 (skupaj z R. Kladnikom).

Ergodijski problem v klasični statistični mehaniki, Obzornik mat. fiz. **9** (1962) 49—60.

Reciprocity theorems for thermal neutrons, J. Nucl. Energy, Parts A/B, **16** (1962) 379—382.

Problemi obrazovanja i zapošljavanja fizičara, Bilten Saveznog saveta za naučni rad **5** (1962) 47—52.

Thermal diffusion of neutrons, J. Nucl. Energy, Parts A/B, **17** (1963) 49—54.

Observations on brackish karst sources and sea swallow-holes on the Yugoslav coast, Assoc. Intern. Hydrogeol. 5, Reunion Athenes 1962, 344—353 (skupaj z D. Kušcerjem).

Partial-range completeness in neutron transport, Bull. Am. Phys. Soc. (II) **9** (1964) 153 (skupaj s P. F. Zweifelom).

Orthogonality of Case's eigenfunctions in one-speed transport theory, Ann Phys. **30** (1964) 411—421 (skupaj z N. J. McCormickom in G. C. Summerfieldom).

Time-dependent one-speed albedo problem for a semi-infinite medium, J. Math. Phys. **6** (1965) 1125—1130 in izvleček v Trans. Amer. Nucl. Soc. **7** (1964) 14 (skupaj s P. F. Zweifelom).

Discrete relaxation times in neutron thermalization, Phys. Rev. **139** (1965) A 981 do 990 (skupaj z N. Corngoldom).

Half-space neutron transport with linearly anisotropic scattering, J. Math. Phys. **6** (1965) 1939—1945 (skupaj z N. J. McCormickom); Trans. Amer. Nucl. Soc. **7** (1965) 264 (skupaj z G. C. Summerfieldom in N. J. McCormickom).

On the use of the Poincaré-Bertrand formula in neutron transport theory, Nucl. Sci. Eng. **23** (1965) 404 (skupaj z N. J. McCormickom).

On the non-uniqueness of solutions of Chandrasekhar's S-equation in radiative transfer, Astrophys. J. **139** (1966) 888—892 (skupaj s S. Pahorjem).

Bi-orthogonality relations for solving half-space transport problems, J. Math. Phys. **7** (1966) 2036—2045 (skupaj z N. J. McCormickom).

Reciprocity in time-dependent neutron transport theory, Nucl. Sci. Eng. **26** (1966) 522—529, in izvleček v Trans. Amer. Nucl. Soc. **9** (1966) 512—513 (skupaj z N. J. McCormickom).

Equivalence of special models in energy-dependent neutron transport and non-grey radiative transfer, Ann. Phys. **40** (1966) 321—330 (skupaj z J. C. Stewartom in N. J. McCormickom).

Half-range orthogonality relations for neutron transport with a separable kernel, Trans. Amer. Nucl. Soc. **9** (1966) 444—445 (skupaj z N. J. McCormickom).

Closure relations for the eigenfunctions of the one-speed transport equation, J. Math. Phys. **8** (1967) 823—826 (skupaj z F. Shureom).

Time-dependent Green's functions in neutron transport, Kernenergie **10** (1967) 265—268.

Relaxation constants of a uniform hard-sphere gas, Phys. Fluids **10** (1967) 1922 do 1927 (skupaj z M. M. R. Williamsom).

Entropy production in neutron diffusion, Physica **37** (1967) 158—169 (skupaj z A. Čadežem).

Advances in neutron thermalization theory; Neutron Thermalization and Reactor Spectra (Proc. Symposium, Ann Arbor 1967), IAEA (Dunaj 1968), str. 3—26.

On the spectrum of relaxation lengths of neutron distributions in a moderator, J. Math. Anal. Applic. **25** (1969) 80—92 (skupaj z I. Vidavom).

Complex buckling and complex relaxation times in the decay of neutron pulses, Nucl. Sci. Eng. **38** (1969) 175—176.

Relaxation problems in neutron transport and in the kinetic theory of gases: a comparison, Proc. Conf. on Transport Theory (Blacksburg, Virginia, 1969), AEC Report ORO-3838-1 (1969), str. 380—414.

Symmetries in scattering of slow neutrons, Phys. Rev. **188** (1969) 1445—1449 (skupaj z G. C. Summerfieldom).

Effect of lateral leakage on neutron waves, Transport Theory and Statist. Phys. **1** (1971) 41—58 (skupaj s T. Klincem).

Surface densities and currents in half-space transport problems, Transport Theory Statist. Phys. **1** (1971) 1—4 (skupaj z N. J. McCormickom).

Reciprocity in scattering of gas molecules by surfaces, Surface Sci. **25** (1971) 225—231.

Summary of Atlas Interdisciplinary Symposium on the Applications of Transport Theory, J. Quant. Spectrosc. Radiative Transfer **11** (1971) 1027—1033.

Effect of gas-surface interaction on the transmission of sound through a collisionless gas, Transport Theory Statist. Phys. **2** (1972) 227—241 (skupaj s S. F. Shenom).

Slip coefficients for general gas-surface interaction, Phys. Fluids **15** (1972) 1018 do 1022 (skupaj s T. Klincem).

Knudsen flow in a tube with arbitrary gas-wall interaction, Phys. Fluids **15** (1972) 1567—1570 (skupaj z N. J. McCormickom).

Singular eigenfunction expansions in neutron transport theory, Advances Nucl. Sci. Technol. **7** (1973) 181—282 (skupaj z N. J. McCormickom).

A survey of neutron transport Theory; The Boltzmann Equation, Theory and Applications, uredila E. G. D. Cohen in W. Thirring, Springer (Dunaj 1973).

Application of the matrix Riemann problem to the linear Boltzmann equation, Mathematica Balcanica **3** (1973) 9—22 (skupaj z R. Aronsonom in I. Vidavom).

Drag of bodies with arbitrary gas-surface accommodation in a free-molecule flow, Z. Naturforschg **28a** (1973) 1468—1471 (skupaj s H. Langom).

On the concept of the transport mean path in kinetic theory. Conferenze del Seminario di Matematica dell' Università di Bari, No. 134 (1974), 13 strani.

The Knudsen model of thermal accommodation, Rarefied Gas Dynamics **7** (1974), Vol. 1, 97—108 (skupaj z J. Možino in F. Križaničem).

Symmetry of accommodation coefficients and the parametric representation of gas-surface interaction, Rarefied Gas Dynamics **7** (1974), Vol. 1, 109—122 (skupaj s S. F. Shenom).

Second-order effects in gas-surface accommodation, Rarefied Gas Dynamics **8** (1974) 399—404 (skupaj z J. Možino in N. J. McCormickom).

Some analytical results for radiative transfer in thick atmospheres; The UCLA International Conference on Radiation and Remote Probing of the Atmosphere (Los Angeles 1973). Western Periodicals (North Hollywood 1974). Str. 196—226 (skupaj z N. J. McCormickom).

Boundary conditions in linear kinetic theory; Théories Cinétiques Classiques et Relativistes, CNRS (Paris 1975), str. 59—70.

Phenomenology of gas-surface accommodation — *Rarefied Gas Dynamics* **9** (1974) str. E. 1—1 do 21.

Reciprocity and phenomenological coefficients in liquid-vapour phase change, *Rarefied Gas Dynamics* **9** (1974) str. F. 12-1 do 11 (skupaj s H. Langom).

On the inverse problem in radiative transfer, *J. Math. Phys.* **15** (1974) 926—927 (skupaj z N. J. McCormickom).

Properties of surface scattering operators, *ZAMP* **26** (1974) 165—170 (skupaj z I. Vidavom).

Linear kinetic equations for liquids, *Fluid Dynamics Transactions* **8** (1976) 45—60.

Kinetic theory of diffusion in liquids: a hydrodynamic approximation, *Physica* **82A** (1976) 195—220 (skupaj z N. Corngoldom).

Role of the Wiener-Khinchin theorem in statistical mechanics, *ZAMP* **29** (1978) 23—34 (skupaj z I. Vidavom in C. D. Boleyem).

Janez Strnad

NOTICE

INDEX TO THE AMS (MOS) SUBJECT CLASSIFICATION SCHEME

The Mathematical Library of the University of Ljubljana, Yugoslavia, has prepared a comprehensive key word index to AMS (MOS) CLASSIFICATION SCHEME (1970).

The booklet contains 96 pages (size A-4). Each significant word used in the classification scheme is listed along with the subject number and the full text of the line in which it appears.

Those interested in obtaining copies can order them by paying 15 \$ (216 din for Yugoslavia) for each copy to the account No. 32009 — 007 — 900 for Komisija za tisk DMFA SRS, Ljubljana, at Ljubljanska banka, Ljubljana.

All inquiries should be made to Mr. Ciril Velkovrh, Librarian, Department of Mathematics, University of Ljubljana, 61001 Ljubljana, Jadranska c. 19, pp 543, Yugoslavia.

OBVESTILO

Naročnike Obzornika za matematiko in fiziko vljudno prosimo, da s priloženo položnico poravnajo naročnino za leto 1979. Cena revije v tem letu je 200.— din. Vsem ustanovam in podjetjem pa bomo v kratkem poslali ustrezni račun. Kdor še ni poravnal naročnine za našo drugo revijo Presek, lahko tudi ta znesek (40.— din) nakaže z isto položnico. Prosim vas le, da na položnico napišete, za kaj nakazujete denar. Ker v začetku leta nimamo namenskih sredstev, vas prosimo, da nam naročnini čimprej nakažete.

Ciril Velkovrh

30. OBČNI ZBOR DRUŠTVA MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SRS

30. jubilejni občni zbor Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije je bil 21. oktobra lani v Radencih. Organizirala ga je mariborska podružnica. Dan pred občnim zborom, 20. oktobra, je bilo popoldne posvetovanje o usmerjenem izobraževanju in povezavi društva z združenim delom. Uvodni referat o usmerjenem izobraževanju je imela predsednica republiškega komiteja za vzgojo in izobraževanje Majda Poljanšek, referat o društvu in združenem delu pa Josip Zohil, član koprške podružnice.

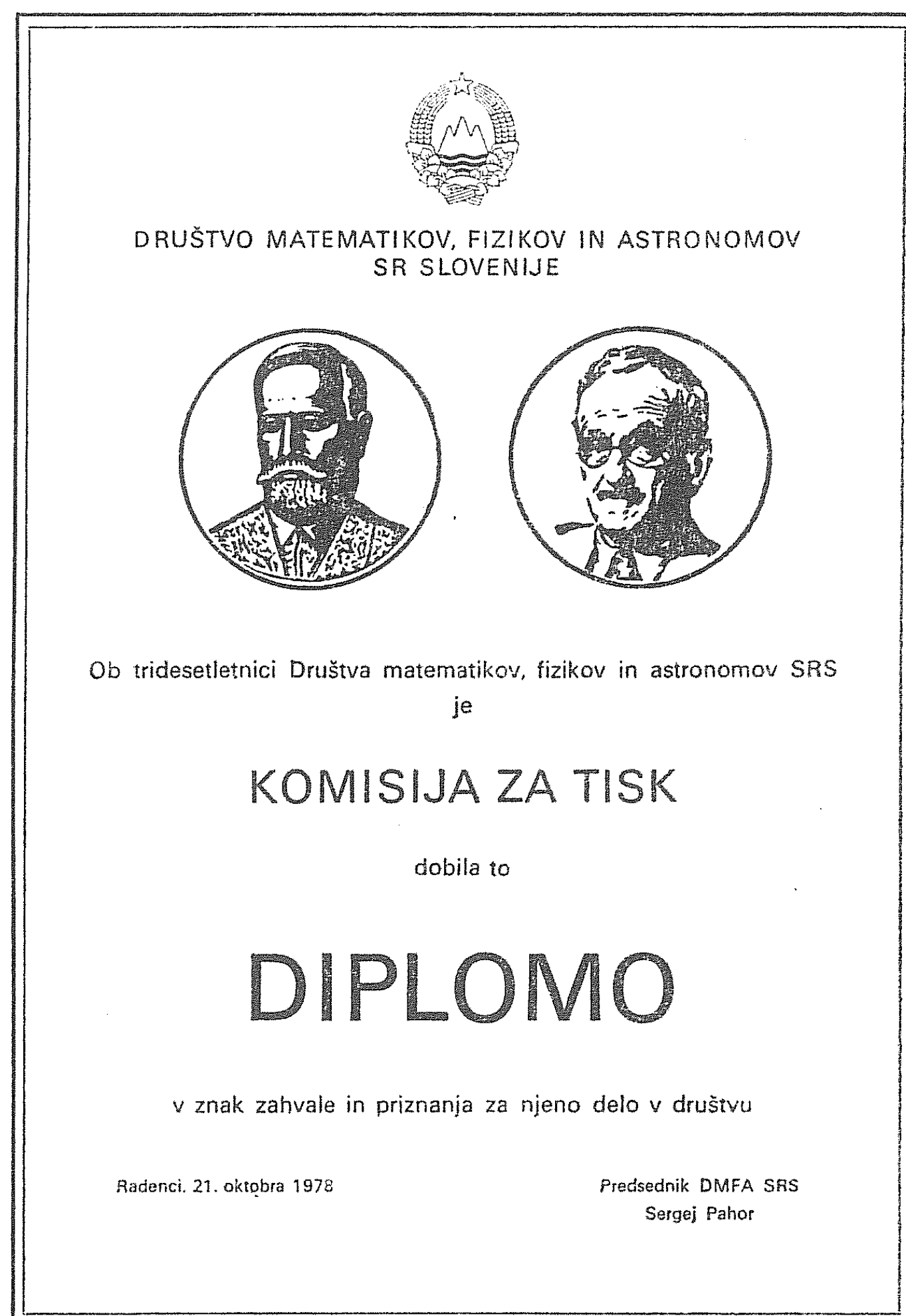
Večer smo prijetno zaključili ob zvokih ciganske glasbe in Hanzekovem šaljivem poročilu o aktivnostih Veržejcev.

Občnega zbora se je udeležilo 118 članov. Začel ga je predsednik društva Sergej Pahor, vodilo pa delovno predsedstvo, ki so ga sestavljali Gabrijel Tomšič, Marija Munda in Milan Kac.

Ker ima društvo za sabo že 30 let uspešnega in plodnega dela, je bil prvi del občnega zbora namenjen pregledu dejavnosti društva. Kratek pregled uspehov društva od ustanovitve do danes je podal Dušan Modic. Jože Lep je govoril o razvoju matematike od ustanovitve društva, posebej na mariborskih višjih in visokih šolah. Janez Strnad pa je z diagrami nazorno pokazal napredek v fiziki, pa tudi v matematiki in astronomiji od ustanovitve društva.

Ob tridesetletnici društva so prejeli posebno društveno diplomo člani, ki že dolga leta delajo v njem: Fran Dominko, Bogomila Kolenko, Martina Koman, France Križanič, Ivan Kuščer, Dušan Modic, Anton Moljk, Marija Munda, France Perne, France Plevnik, Milica Potisek, Jože Pavšič, Niko Prijatelj, Janez Strnad, Davorin Tomažič, Alojzij Vadnal, Ciril Velkovrh in Ivan Vidav. Takšno diplomo so dobili tudi koprška in mariborska podružnica, republiška komisija za tekmovanja osnovnošolcev za Vegova priznanja, komisija za tisk in uredniški odbor Preseka. Priznanje učiteljem — mentorjem za delo z mladimi — so dobile Milica Abrahamsberg, Jožica Dolenšek in Štefaniya Milošević.

Člani zbora so razpravljali o ustanovitvi centra za izobraževanje iz matematike, fizike in astronomije, o delegatski organiziranosti društva, o finančnih problemih pri organizaciji tekmovanj in o neupravičenem kovanju nepotrebnih novih strokovnih izrazov iz matematike, fizike in astronomije. Novemu upravnemu odboru so zaupali pripravi samoupravnega sporazuma o ustanovitvi centra za izobraževanje in izdelavo nove organizacijske sheme podružnic, ki bo temeljila na delegatskem sistemu.



Diploma, ki jo je prejela Komisija za tisk DMFA SRS ob tridesetletnici društva.

Na zboru je bil sprejet tudi sklep o povišanju članarine in naročnine za Obzornik od sedanjih 170 din na 200 din. Sprejeto je bilo tudi naslednje stališče:

Člani društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, zbrani na 30. občnem zboru, prosimo in pozivamo vse, ki pri svojem delu uporabljajo strokovne izraze iz matematike, fizike in astronomije, da ne kujejo novih izrazov, ampak uporabljajo ustaljene. Če menijo, da so potrebni novi izrazi, naj se o njih posvetujejo z zastopniki društva.

Upravni odbor je bil razrešen s pohvalo za obsežno in pomembno delo, ki ga je opravil v minuli mandatni dobi. Izvoljen je bil novi upravni odbor v sestavi:

UO DMFA SRS: Anton Suhadolc (predsednik), Dušan Modic (podpredsednik), Ivan Pavliha (tajnik), Jožefa Stefitz (blagajnik)

Komisije: Gorazd Lešnjak (za popularizacijo matematike), Bojan Golli (za popularizacijo fizike), Pavle Zajc (osnovna šola), Martina Koman (za pedagoško dejavnost), Janez Strnad (za tisk), Dušan Modic (za Plemljev dom)

Sekcije: Alojzij Vadnal (terminologija), Marko Kranjc (za tehniške matematike)), Zvonko Trontelj (za tehniške fizike)

Komisija za tisk:

Upravni odbor: Janez Strnad (predsednik), Anton Suhadolc (podpredsednik), Ciril Velkovrh (tajnik, računovodja, urednik publikacij, Plemljeva spominska soba), Janez Markelj (blagajnik), Zvonko Trontelj, Jože Kotnik (Presek), Gabrijel Tomšič (član)

Odgovorni uredniki:

Obzornik za matematiko in fiziko: Janez Strnad (fizika), Anton Suhadolc (matematika)

Presek: Zvonko Trontelj, Tomo Pisanski (matematika), Marjan Hribar (fizika), Andrej Čadež (astronomija), Norma Mankoč-Borštnik (Presekova knjižnica)

Knjižnica Sigma: Ivan Vidav

Zbirka izbranih poglavij: Janez Strnad (fizika), Ivan Vidav (matematika)

Matematika — Fizika: France Križanič

Postdiplomski seminar: France Križanič (matematika), Janez Strnad (fizika)

Nadzorni odbor: Iva Mulec, France Plevnik, Agica Tiegl

Častno razsodišče: Ivan Vidav, Franc Bezjak

Delegata za plenum ZDMFAJ: Anton Moljk, Dušan Modic

Po obvestilu o izletu na Kapelo se je predsednik delovnega predsedstva zahvalil gostiteljem in organizatorjem ter zaključil 30. občni zbor.

Jerica Lorger

RAZVOJ FIZIKE (IN MATEMATIKE) OD USTANOVITVE DRUŠTVA

z diagrami in preglednicami

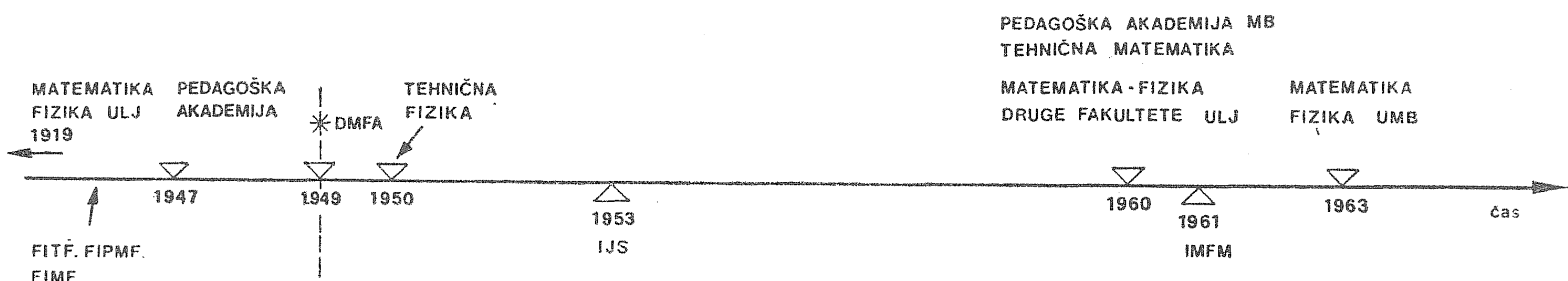
Društvo dozori hitreje kot človek, a mnogo počasneje ostari. Človeku pri tridesetih navadno še ni treba polagati računa, pri društvu pa je tak račun na mestu. Poleg tega smo take račune vajeni delati, saj jih moramo priložiti prošnjam za podpore.

Še tako zagrizenemu fiziku postane ob zbiranju podatkov o delovanju društva matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije v prvih tridesetih letih njegovega obstoja jasno, da ne more govoriti samo o fiziki. Na ravni društva sta matematika in fizika tako tesno povezani, da ju ni mogoče ločiti. Zato mi, prosim, ne zamerite, če navajam tudi podatke za matematiko. Pomagal si bom v glavnem z diagrami in preglednicami, saj se tako pokaže marsikatera zanimivost, ki bi sicer ostala skrita.

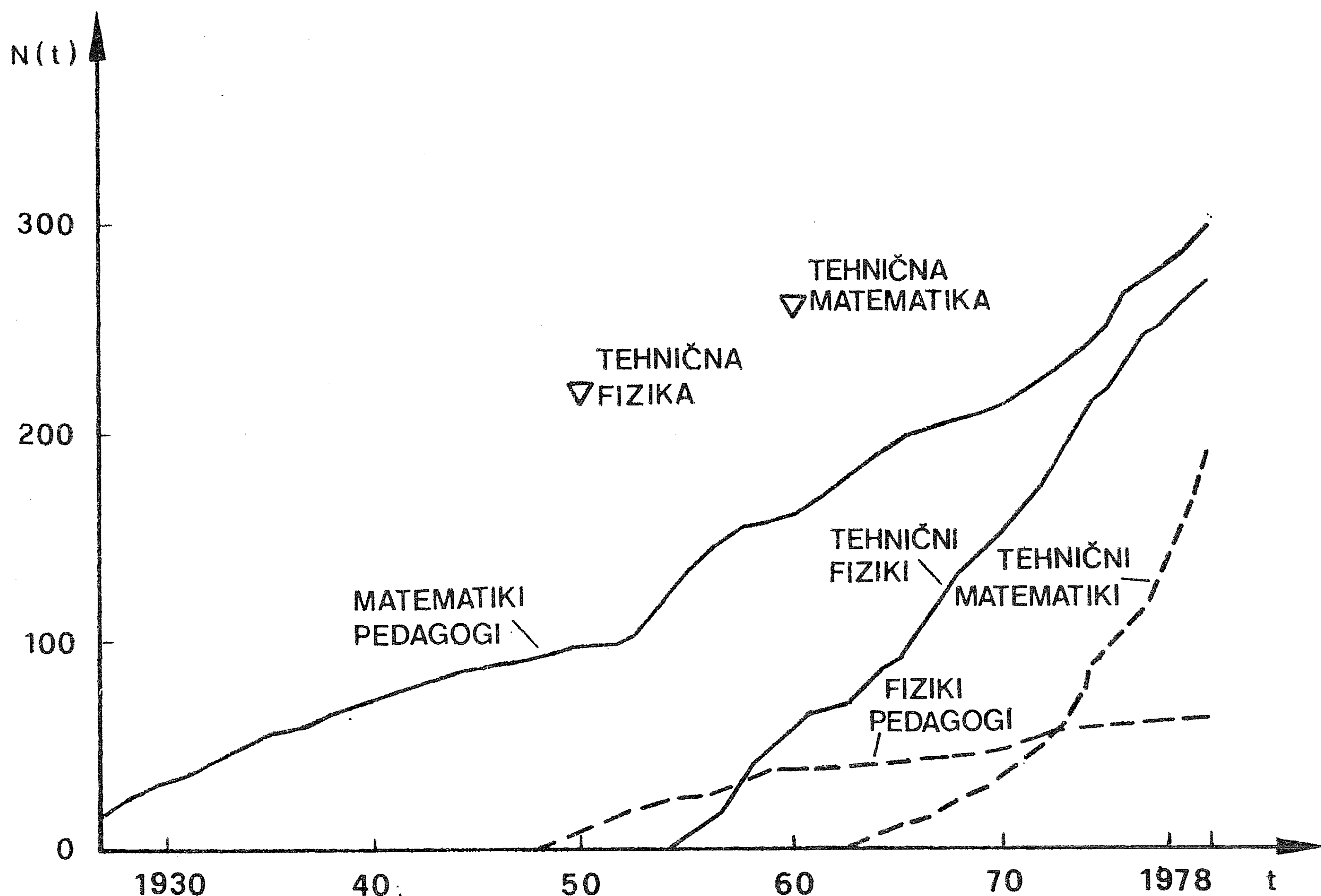
Kot se fizik ne more bahati z uspehi matematikov, si društvo ne more v enaki meri lastiti zaslug za vse dejavnosti in uspehe svojih članov. Z nekaterimi uspehi je povezano samo toliko, kolikor so jih pač dosegli člani društva. Nekaj dejavnosti pa je sprožilo društvo in jih samo tudi v celoti opravlja. Morda kdo ne bo hotel razumeti te misli, češ da so vsi matematiki, fiziki in astronomi pač člani društva. Ta naj upošteva, da se je že primerilo, da je kak matematik, fizik ali astronom rekel kaj kot funkcionar svoje ustanove, stoječ na eni nogi; pozneje pa se je postavil na drugo in izjavil kot član društva nekaj, kar se ni ravno ujemalo s prejšnjim.

Od številnih dejavnosti in uspehov članov društva bom omenil le šolanje matematikov, fizikov in astronomov, raziskovalno delo v matematiki, fiziki in astronomiji, tisk matematičnih, fizikalnih in astronomskih knjig, tekmovanja srednješolcev iz matematike in fizike in seminarje za učitelje matematike in fizike na srednjih šolah.

Sl. 1 kaže, kako so ustanavljali šolske in znanstvene ustanove. Na sl. 2 se vidi pridelek matematikov in fizikov v odvisnosti od časa in na preglednici 1 skupni pridelek matematikov, fizikov in astronomov do konca šolskega leta



Sl. 1. Ustanovitev višjih in visokih šol ter inštitutov za matematiko in fiziko. Matematiko je bilo mogoče študirati na univerzi v Ljubljani od ustanovitve 1919. Po vojni (1945) so ustanovili fizikalne inštitute tehnične fakultete (FITF), prirodoslovno-matematične fakultete (FIPMF) in medicinske fakultete (FIMF). Prva dva sta prenehala obstajati, slednji pa deluje kot inštitut za biofiziko na medicinski fakulteti. Inštitut J. Stefan (IJS) je bil ustanovljen kot inštitut SAZU že leta 1949, a je šele leta 1953 začel delovati v novi stavbi. Medtem je prešel pod zvezno komisijo za nuklearno energijo, zdaj pa je spet univerzitetni inštitut, enako kot inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko (IMFM). Matematiko in fiziko predavajo še na drugih fakultetah univerze v Ljubljani — večinoma so matematiki in fiziki postali člani teh fakultet okoli leta 1960 — in na šolah univerze v Mariboru. Kjer lahko pride do nedoslednosti, so uporabljena današnja imena ustanov, čeprav so se imena s časom spreminjala



Sl. 2 Časovni potek pridelka pedagoških in tehničnih matematikov na oddelku za matematiko in mehaniko FNT ter pedagoških in tehničnih fizikov na oddelku za fiziko FNT od začetko do danes

ODDELEK ZA MATEMATIKO IN MEHANIKO FNT

doktoratov: 20, magisterijev: 11

pedagoški matematiki	297
tehnični matematiki	181
skupaj	478 (1945:85)

ODDELEK ZA FIZIKO FNT

doktoratov: 65, magisterijev: 53

pedagoški fiziki	48
tehnični fiziki	267
astronomi	6
skupaj	315 (1954:14)

PEDAGOŠKA AKADEMIJA LJUBLJANA

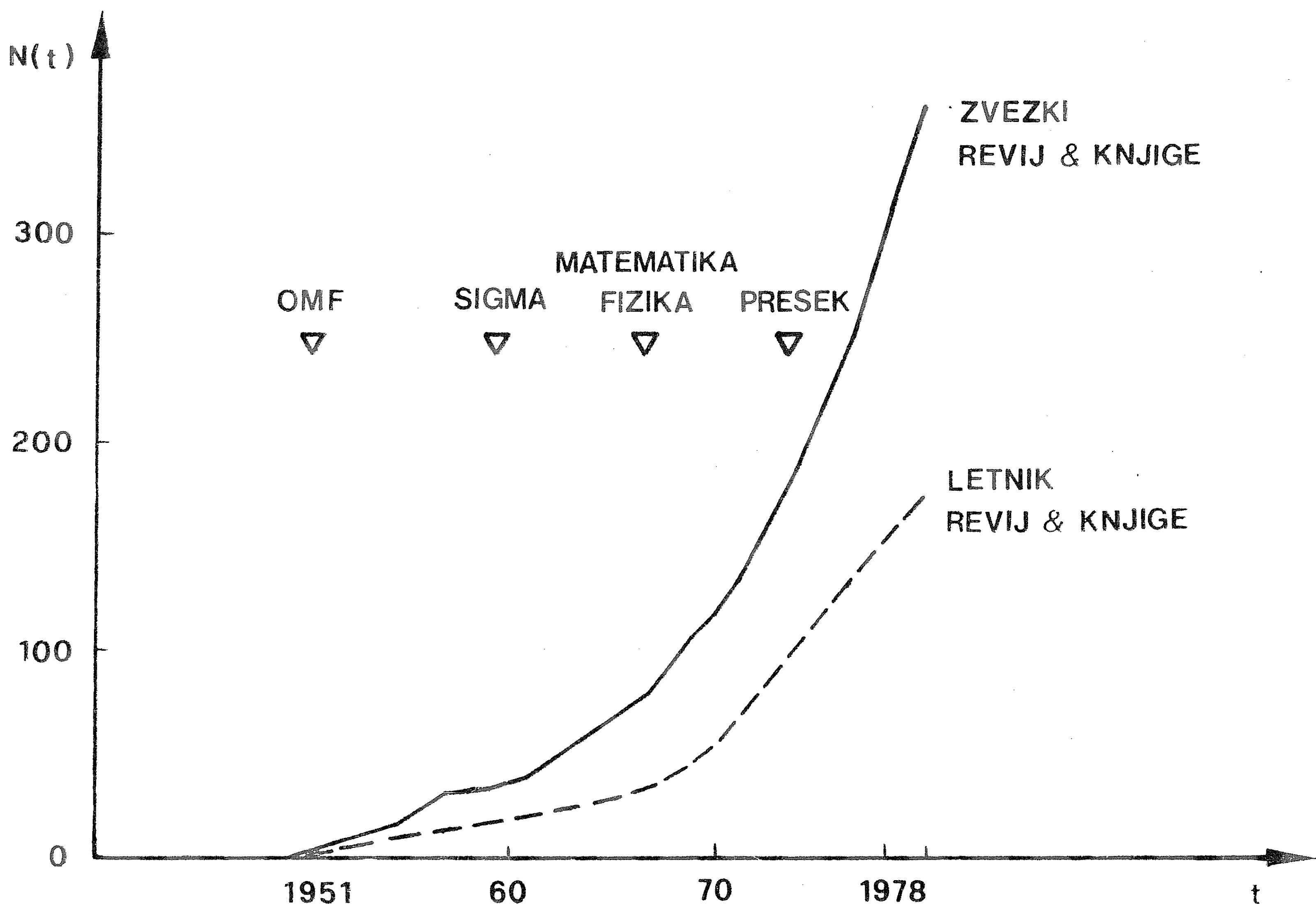
matematikov in fizikov 465

PEDAGOŠKA AKADEMIJA MARIBOR

matematikov in fizikov 192

vse skupaj 1456

Preglednica 1 Pridelek matematikov, fizikov in astronomov na obeh oddelkih FNT in na obeh pedagoških akademijah ob koncu šolskega leta 1978.



Sl. 3 Časovni potek pridelka matematičnih, fizikalnih in astronomskih knjig in revij. Približno je mogoče časovni potek opisati z eksponentno funkcijo, ki ima podvojitveni čas okoli 5 let, torej $N(t) \propto 2^{t/t_2}$

	Leto	članki	kongresi
MATEMATIKA (IMFM)	1975	15	11
	1976	14	14
	1977	6*	5*
FIZIKA (IJS)	1975	51	27
	1976	62	58
	1977	51	49
FIZIKA (IMFM)	1975	10	8
	1976	3	6
	1977	1*	3*

* Podatki še nepopolni

Prijavljene naloge pri raziskovalni skupnosti Slovenije

1975	47
1976	50
1977	47

Preglednica 2 Znanstveni članki in udeležba na kongresih, večinoma mednarodnih, in drugih sestankih. Upoštevani so članki, pod katerimi je podpisan vsaj en član društva, udeležbe na kongresih članov društva in naloge, katerih nosilec je član društva. Doslej so člani društva dobili 13 Kidričevih nagrad, 19 nagrad sklada Borisa Kidriča, 9 nagrad za izume in izpopolnitve, številna državna odlikovanja — večja skupina ob 25-letnici društva — ter več mednarodnih strokovnih priznanj.

1977/78. Podatki so iz različnih virov in so se zato morda vanje prikradle napake. Upam pa, da niso prehude.

Preglednica 2 daje sliko o znanstveno-raziskovalnem delu v zadnjih treh letih. To delo je osredotočeno na inštitutu J. Stefan (IJS) in na inštitutu za matematiko, fiziko in mehaniko (IMFM). Vendar v zadnjem času prijavljajo znanstveno-raziskovalne naloge iz fizike tudi druge ustanove in podjetja. Člani društva objavijo v povprečju na leto nekaj manj kot dvesto enot, od tega je nekako tretjina znanstvenih člankov, večinoma v mednarodnih revijah. Preglednica 3 naj da bežen vtis o napravah za eksperimentalno delo v fiziki.

VEČJE FIZIKALNE NAPRAVE

Betatron Brown-Bovery za 33 MeV	1954
elektronski mikroskop AEG-Zeiss	1954
nevtronski generator, izdelan doma	1954
masni spektrograf Bennettovega tipa, izdelan doma	1955
štirje masni spektrografi za izotopsko preiskavo, izdelani doma	1958-60
van de Graaffov pospeševalnik za 2 MeV, izdelan doma	1961
naprava za utekočinjenje helija	1965
jedrski reaktor Triga Mark III General Atomic	1966
sistem za dobivanje in merjenje plazme, delno izdelan doma	1967
pulzni sprektrometri za jedrsko magnetno resonanco*	1966-68
elektronski mikroskop Siemens	1968
masni spektrometer CEC 21 — 110 C	1969
spektrometra za jedrsko magnetno resonanco za široke črte	1965-70
spektrometer za dvojno resonanco	1971
spektrometer za jedrsko kvadrupolno resonanco*	1971
laserski Brillouinov in Rayleighov spektrometer	1973
spektrometra za elektronsko paramagnetno resonanco	1974-76
laserski Ramanov spektrometer	1975
superprevodni magnet	1975
Fourierov spektrometer za jedrsko magnetno resonanco	1975
masni spektrometer CEC 21 — 110 B	1976
elektronski mikroskop Philips EM 300	1977
sistem squid*	1978

RAČUNALNIKI

ZUSE Z-23*	1963
CDC 3300	1968
IBM 11-30*	1969
CYBER — 72	1972
CYBER — 170	1976

Preglednica 3 Večje fizikalne naprave in računalniki na inštitutu J. Stefan in na inštitutu za matematiko, fiziko in mehaniko. Naprave, označene z zvezdico, so na inštitutu za matematiko, fiziko in mehaniko ali so skupne. Preglednica ni popolna, manjka precej naprav, ki so bile že odpisane. Kljub temu je mogoče dobiti vsaj površen vtis o tem, kako se je izpopolnjevala eksperimentalna oprema za fiziko. Z vsemi naštetimi napravami ne delajo samo fiziki. V zadnjem času je veliko naprav te vrste na drugih šolah in inštitutih in delno tudi že po podjetjih. Letnice so le okvirne, ker je trajala nabava in dodelava lahko več let.

1957-78	matematični krožki za dijake, na koncu tekmovanje iz matematike
1959	tečaji iz fizike
1960	prvo zvezno tekmovanje iz matematike
1963	prva udeležba na matematični olimpiadi
1964	tekmovanje iz fizike
1972	organizacijo tekmovanj prevzamejo izmenoma podružnice zunaj Ljubljane

REPUBLIŠKA TEKMOVANJA DIJAKOV IZ MATEMATIKE

1950*		povprečno po okoli 150 udeležencev
1951*		z okoli 20 šol
1958	drugo	
1978	dvaindvajseto	

REPUBLIŠKA TEKMOVANJA DIJAKOV IZ FIZIKE

1951*		povprečno po okoli 110 udeležencev
1964	drugo	z okoli 17 šol
1978	šestnajsto	

TEKMOVANJA OSNOVNOŠOLCEV ZA VEGOVA PRIZNANJA

1971	prvo pod okriljem društva	povprečno po več kot
1978	osmo	5000 udeležencev

PODATKI ZA 1978

MATEMATIKA: na predtekmovanjih okoli 1000 udeležencev, na tekmovanju v Mariboru 131 udeležencev s 30 šol

FIZIKA: na tekmovanju v Celju 115 udeležencev s 16 šol

VEGOVA PRIZNANJA: na šolskih skupno več kot šest tisoč udeležencev, več kot dva tisoč jih je dobilo bronasta Vegova priznanja

na občinskih skupno 3150 udeležencev, 1075 jih je dobilo srebrno Vegovo priznanje

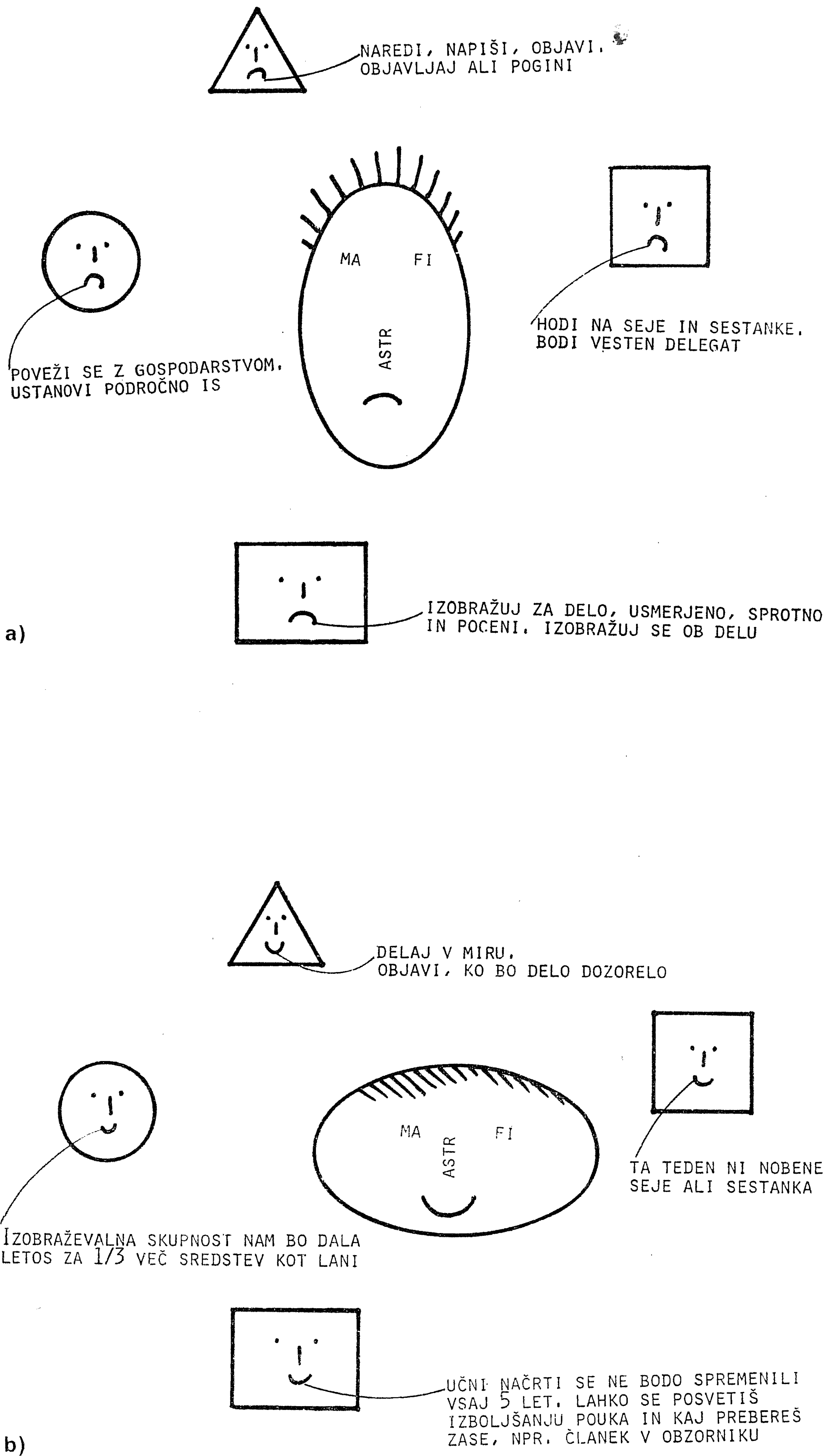
na republiškem 182 udeležencev, 65 jih je dobilo zlato Vegovo priznanje

Preglednica 4 Nekaj podatkov o tekmovanjih dijakov iz matematike in fizike in o tekmovanju osnovnošolcev iz matematike za Vegova priznanja. — V celoti se je po grobi oceni udeležilo vseh dosedanjih tekmovanj kakih trideset tisoč učencev in dijakov.

	fizika	matematika
1961	razpad β , polprevodniki	
1962	teorija relativnosti, jedrske reakcije v zvezdah	
1964		matematične strukture
1965	kvantna mehanika, osnovni delci	
1966	superprevodnost, statistična mehanika, novosti iz astronomije	
1967		vektorski prostori
1968	elektronika v pouku fizike	
1970		grupe v geometriji in fiziki
1971	fizikalna optika	
1972		novo računstvo
1973	atomi	(numerična matematika)
1974		matematika v ekonomiji
1975	mehanika tekočin	
1976		topologija
1977	astrofizika	
1978		matematična logika

Preglednica 5 16 seminarjev društva za učitelje in profesorje fizike in matematike. Prvi seminar iz fizike je bil v Portorožu, drugi v Štatenbergu, vsi poznejši so bili v Ljubljani.

* Organiziral svet za prosveto in kulturo



Sl. 4 Strahovi, ki preganjajo člane društva matematikov, fizikov in astronomov, ko jih tlači mora (a), in med prijetnimi sanjami (b)

Sl. 3 kaže časovni potek pridelka publikacij v okviru komisije za tisk društva matematikov, fizikov in astronomov. Žal je treba priznati, da je delež prispevkov s fizikalno in z astronomsko vsebino manjši od četrte. Pridelek publikacij je doslej približno eksponentno naraščal. Čeprav upamo, da bomo takšno rast lahko obdržali še nekaj časa, se bomo prej ali slej morali sprijazniti s počasnejšim napredovanjem.

O tekmovanjih iz matematike in fizike je težko dobiti popolne podatke (preglednica 4). Zato so dobljena povprečja približna. Po oceni je doslej tekmovalo okoli tri tisoč srednješolcev iz matematike in okoli tisoč iz fizike, pri čemer se je isti srednješolec v povprečju udeležil dveh tekmovanj. Po grobi oceni se je vsako leto kakih dvajset tekmovalcev vpisalo na matematiko in fiziko (kar je pravzaprav skromno število). Na vseh tekmovanjih za Vegova priznanja je bilo doslej več kot štirideset tisoč udeležencev (nekateri so sodelovali večkrat).

Na dosedanjih šestnajstih seminarjih je bilo skupno okoli tisoč dvesto učiteljev in profesorjev matematike in fizike (preglednica 5). Zanimivo je, da so se občni zbori in srednješolska tekmovanja začeli v Ljubljani, pa so se preselili iz nje. Nasprotno sta bila prva dva seminarja zunaj Ljubljane, vsi poznejši pa v Ljubljani.

Vse našteje uspehe — in teh ni malo — pa še druge, ki jih nismo utegnili omeniti, so dosegli ljudje. Ljudje — v tej zvezi matematiki, fiziki in astronomi — so sploh naše največje bogastvo. Kot v šali o Francozinji in Slovenki bi lahko vprašali po razliki med poosebljenjem matematika, fizika in astronoma in drugimi občani. Matematika, fizika in astronoma preganjajo prav hude skrbi (sl. 4a). Na srečo vsi člani društva nimajo vseh teh skrbi. Kako lepo bi bilo, ko bi bilo drugače (sl. 4b).

Janez Strnad

ANKETA ZA TEHNIČNE MATEMATIKE

Sekcija za tehniške matematike pri DMFA je oktobra 1977 izvedla anketo o tem, kako in koliko si diplomirani tehniški matematiki želijo dodatnega zobraževanja. Od poslanih 60 vprašalnikov smo prejeli le 17 odgovorov (28 %), ki dajejo takole podobo:

Največ anketirancev ima opravka z analizo podatkov (7), statistiko (8) ali računalništvom (7). Vsi se strinjajo s povezovanjem in dopolnilnim izobraževanjem. Delovanje sekcije si predstavljajo v obliki rednih seminarjev in strokovnih srečanj, koristili bi tudi razgovori za okroglo mizo in družabna srečanja. Skoraj polovica anketirancev (8) bi bila pripravljena sodelovati s predavanjem na seminarju. Največ si anketiranci želijo strokovnosti. Družabnost je sicer dobrodošla, ni pa bistvena. Večina (10 anketirancev) je zadovoljna z načinom mišljenja, ki so ga pridobili s študijem matematike, izbira predmetov pa jim v glavnem ni všeč. Zanimajo jih naslednji predmeti: statistika, numerična analiza, teorija programskih jezikov, matematično programiranje, operacijske raziskave, nelinearna analiza, diskretna matematika, kibernetika pa še razna poglavja iz funkcionalne analize in računalništvo nasploh. Podobne predmete so anketiranci predlagali tudi za študij tretje stopnje, vendar bi se za študij numerične matematike odločili le trije, dva sta tretjo stopnjo že končala, pet bi se jih morda še odločilo, drugih pa študij na tretji stopnji ne zanima. Zanimivo pa bi bilo zvedeti tudi za mnenja tistih, ki na anketo niso odgovorili.

Roman Rajko

TERMINOLOGIJA

PRISPEVEK K STROKOVNI SLOVENŠČINI

Nekdo je zapisal, da se s terminologijo ali z fizikalnimi enotami ukvarja, kdor ne ve česa pametnejšega početi. Znano pa je, da imajo mnogi Slovenci o obojem drugačno mnenje. Zato naj morebitnemu posmehu navkljub zapišem nekaj (deloma izposojenih) predlogov za boljše domače strokovno izrazje.

Pridevniki *mehanični*, *termodinamični*, *hidrodinamični* so izpeljani iz *mehanike* itd., tako kot *električni* iz *elektrike*, *statični* iz *statike*, *optični* iz *optike*. — Brez osnove so izrazi »mehanski«, »termodinamski«, »hidrodinamski«; saj tudi ne pravimo ne »elektrski« ne »statski« ne »optski«.

»Energetski« viri, »energetska« kriza? — Pridevnik je dozdevno izpeljan iz »energeta«, ki ne obstaja. Če manjka *energije*, imamo lahko le *energijsko* krizo. Saj poznamo tudi *oštarijsko* vino in ne »oštaretsko«.

»Kapaktivnost« (latinsko *capacitas*) se po krivem naslanja na *induktivnost* (*inductivitas*). — Ker se »kapačnost« nerodno sliši, ostanimo raje pri davno vpeljani *kapaciteti*. Saj tudi priznavamo *avtoriteto* in *prioriteto*, ne pa »avtoritivnosti« niti »prioritivnosti«.

»Gostotna matrica« (angleška *density matrix*) po krivem spominja na gostoto snovi. Razen tega ni treba, da bi ta operator opisovali ravno z matrico. — Zato recimo raje *statistični operator*, kakor se sliši v Zagrebu in bere v ruskih knjigah, pa tudi v delih Johanna von Neumanna, ki je med prvimi vpeljal ta pojem.

»Matematično upanje« (angleško »expectation value«, nemško »Erwartungswert« itd.) spominja na matematično vremensko napoved in po krivem vzbuja upanje. Za pojem, ki ga ne rabijo samo matematiki, ampak tudi fiziki, inženirji, biologi, zdravniki, ekonomisti, trgovci itd., je bolje uporabljati udomačena in vsem znana izraza *povprečje* ali *povprečna vrednost*, da se izognemo vtisu prisiljene učenosti.

»Izplen« (nemško *Ausbeute*, angleško *yield*), npr. kemijske ali jedrske reakcije. — Bolje *pridelek*.

Opisati ali *popisati*? — Tablo *popišemo* s kredo, *opišemo* pa jo s tem, da povemo njeno velikost, obliko, barvo.

»Fitati« (inštitutska spakedranka, angleško *to fit*), npr. empirično krivuljo izmerjenim vrednostim. — *Prilagoditi*.

»Pik« krivulje (angleško *peak*) — *vrh* krivulje, *maksimum* funkcije.

Ne gre pogrevati sporov okoli alternativ, ki se zdijo jezikovno enakovredne. Naj jih samo nekaj naštejemo: *količina* — *veličina*, *navor* (po nasvetu Rudolfa Kolariča, 1958) — *vrtilni moment*, *tlak* (po nasvetu Franceta Ahlina, 1958) — *pritisk*, *kapljevina* — *tekočina* — *fluid*, *trdna snov* — *trdnina* (Janez Strnad, 1977), *naboj* — *elektrina*, *upornik* — *upor* — *upornost* — *specifični(-a) upor(-nost)*, *Röntgenova* — *röntgenska* — *rentgenska svetloba*, *Dieslov* — *diselski* — *dizlov* — *dizelski* motor, *Teslov* — »teselski« transformator, *Ramanovo* — *ramansko* sipanje. Z dekreti ali z zbiranjem glasov pri teh izrazih najbrž ne bomo dosegli poenotenja, ampak lahko le upamo na naravno selekcijo z rabo pri pouku in pisanju.

Ivan Kuščer

PREJELI SMO V OCENO

Edwin E. Moise, *Geometric Topology in Dimensions 2 and 3*, Graduate Texts in Mathematics 47, Springer, New York-Heidelberg-Berlin, 1977, 262 + X str.

John Hempel, *3-Manifolds*, Annals of Mathematics Studies 86, Princeton University Press and University of Tokyo Press, Princeton, N. J., 1976, 195 + XII str.

Če nas zanimajo konkretni topološki problemi v evklidskih prostorih in njihovih posplošitvah, mnogoterostih, je precej jasno, da bodo metode in izsledki precej odvisni od dimenzije, v kateri delamo. Naravno je tudi pričakovati, da bodo problemi tem težji, čim večjo dimenzijo vzamemo. To sicer ni čisto res (najtrši oreh je topologija 4-razsežnega prostora), drži pa za začetne dimenzije. Topologija premice je bila raziskana, še preden je obstajala topologija. Glavni problemi 2-razsežne topologije so bili rešeni v prvih dveh in pol desetletjih tega stoletja. Topologija 3-razsežnega prostora je bila resneje načeta v začetku petdesetih let, vendar je R. H. Bing še leta 1955 na neki konferenci izjavil, da je 3-razsežna topologija praktično še deviško področje. V naslednjih 15 do 20 letih se je to temeljito spremenilo; danes je dimenzija 3 dovolj dobro obdelana (ostalo pa je nerešenih še mnogo prav težkih problemov, zato se danes nekateri največji topologi vračajo k dimenziji 3). Čeprav torej 3-razsežno topologijo že dalj časa dovolj dobro razumemo, so se začele pojavljati knjige s tega področja šele zadnji čas; menda sta navedeni knjigi sploh prvi, če izvzamemo knjige o teoriji vozlov in drobno Stallingsovo knjižico o teoriji grup in 3-razsežnih mnogoterostih, ki so vse precej specializirane.

Knjige E. E. Moisa (enega najzaslužnejših za zgodnji razvoj 3-razsežne topologije) kar ne morem prehvaliti. Pisana je kot učbenik in je zelo pristopna, vendar bo lahko hkrati rabila tudi kot »reference work«, to je kot knjiga, na katero se sklicujemo, kadar pri delu ali pisanju uporabljamo rezultate, ki jih ne želimo dokazovati. Vsebuje namreč vrsto rezultatov, za katere vsaj jaz ne vem, kje bi še bili razloženi, npr. aproksimacija vložitev poliedrov v ravnino s kosoma linearnimi vložitvami in krotkost poliedrov v ravnini (take rezultate navadno imenujemo matematično folkloro: prenašajo se ustno iz roda v rod, zelo mnogi jih poznajo, le nekateri jih znajo tudi dokazati in nihče ne ve, kje bi bilo kaj napisano o njih). Knjiga je napisana zelo skrbno, vendar ni razvlečena. Dokazane so tudi najbolj »očitne« stvari; to poudarjam zato, ker se menda prav pri problemih, ki zadevajo ravninsko topologijo, zlorablja fraza »očitno je« več kot kjerkoli v matematiki.

Preglejmo še vsebino: Jordanov in Schoenfliesov izrek za ravnino, kosoma linearna aproksimacija vložitev v ravnino, krotkost vložitev v ravnino, triangulacija ploskev, klasifikacija kompaktnih ploskev, Cantorjeve množice v ravnini, fundamentalna grupa in krovní prostori, kosoma linearni Schoenfliesov izrek v $\mathbb{R}^3$, primeri divjih Cantorjevih množic, lokov in 2-sfer v $\mathbb{R}^3$, Dehnova lema in izrek o pentlji, kosoma linearna aproksimacija vložitev v $\mathbb{R}^3$, kosoma linearna aproksimacija homeomorfizmov 3-celic, triangulacija in »Hauptvermutung« za 3-mnogoterosti.

Tudi Hemplova knjiga je posvečena 3-razsežni topologiji, vendar je od prve kar se da različna. Ona je učbenik, ta je monografija in zato od bralca tudi precej več zahteva; Moise se v dimenziji 3 posveti predvsem evklidskemu prostoru, Hempel pa ves čas študira splošne 3-mnogoterosti; več kot polovica Moiseve knjige je posvečena topološki kategoriji (splošnim množicam v $\mathbf{R}^2$ in $\mathbf{R}^3$, zveznim preslikavam, topološkim vložitvam in homeomorfizmom), Hempel pa se dosledno ukvarja le s kosoma linearnimi objekti. Glede snovi je knjigama skupen samo dokaz Dehnove leme in izreka o pentlji.

Rečemo lahko, da je glavni cilj Hemplove knjige klasifikacija 3-mnogoterosti, čeprav tega cilja seveda ne doseže, kajti naša znanost še ni prišla tako daleč. Glavni nauk knjige pa je pomen fundamentalne grupe in teorije grup pri raziskovanju 3-mnogoterosti. Knjiga je napisana dobro in skrbno, vendar nekoliko preskopo, da bi bila lahko za branje za začetnike.

Navedimo še (malo razširjene) naslove poglavij: priprava, Heegaardov razcep, razstavitev 3-mnogoterosti v povezano vsoto, izreki o pentlji, o sferi in o projektivni ravnini, proste grupe, inkompresibilne ploskve, Kneserjeva domneva, končno generirane podgrupe v fundamentalnih grupah 3-mnogoterosti, končne in Abelove podgrupe v fundamentalnih grupah 3-mnogoterosti, svežnji daljic, razširitve grup in vlaknenja, Seifertovi vlaknati prostori, klasifikacija dovolj velikih P^2 -ireducibilnih 3-mnogoterosti, nekaj poti za naskakovanje Poincaréjeve domneve, nerešeni problemi. Večina vsebine je izšla že prej v člankih raznih avtorjev, vendar delež novih prispevkov v knjigi ni neznaten. Avtor se je potrudil, da je vse rezultate čimbolj izpopolnil. Tako je nekatere izreke, ki so bili v člankih dokazani le za orientabilne mnogoterosti, razširil ali posplošil še na neorientabilne. Končajmo z oceno, da je Hemplova knjiga odlično in zelo koristno delo.

Jože Vrabec

A Manual for Authors of Mathematical Papers, American Mathematical Society, Providence, R. I., popravljena izdaja, 1966, 20 str.

Ellen Swanson, Mathematics into Type: Copyediting and Proofreading of Mathematics for Editorial Assistants and Authors, American Mathematical Society, Providence, R. I., 2. izdaja, 1974, 98 + X str.

Znano je, da je tiskanje, pravzaprav stavljenje matematičnega besedila znatno zahtevnejše od običajnega, recimo leposlovnega ali časniškega. Če stavec, ki nima še nobenih izkušenj s stavljenjem matematičnih besedil in ga nihče ni posebej poučeval, dobi v delo članek matematika, ki prav nič ne ve o problemih tiskanja matematike, potem skoraj ni mogoče, da bi nastalo razumljivo tiskano besedilo. Da bomo dobili (z matematičnega stališča) berljiv in lep tisk, morata biti tako pisec kot stavec čim bolj poučena o posebnostih tiskanja matematičnega besedila, seveda vsak s svojega stališča.

Toda od poučenosti pisca nista odvisna le videz in razumljivost tiskanega besedila, temveč tudi cena stavljenja. Večina besedila se stavi strojno, nekatere matematične simbole in dele matematičnih izrazov in formul pa je treba staviti ročno; to je veliko bolj zamudno in zato veliko dražje. Koliko je ročnega dela, je odvisno samo od pisca. Neroden pisec lahko »doseže«, da je stavljenje njegovega dela nekajkrat dražje, kot bi bilo treba. To nikakor ni malenkost, kajti poprečna cena ene strani matematičnega besedila je več sto (novih) dinarjev.

Zato ni čudno, da je izšlo že nekaj publikacij, ki govore o problemih tiskanja matematičnih besedil. Tu bomo na kratko spregovorili o dveh takih publikacijah Ameriškega matematičnega društva. Prva, Priročnik za pisce matematičnih člankov, je namenjena predvsem piscem člankov za znanstvene revije Ameriškega matematičnega društva, vendar je skoraj vse enako koristno za vsakogar, ki piše kakršnokoli matematično delo za tisk. Čeprav se imenuje priročnik, to nikakor ni zgolj pust seznam podatkov in pravil, ampak se večinoma prav zanimivo bere. Navedimo naslove najvažnejših razdelkov: kako organiziramo članek, omejitve stavnega stroja monotajp, izbira oznak, uporaba indeksov, alternative za drage oznake, diagrami in risbe, matrike in tabele, opombe pod črto, seznam literature, tipkanje in kopiranje, ročno vpisani simboli, popravki, korekture.

Drugo delo, Matematiko v tisk, je precej obsežnejše. Namenjeno je predvsem tehničnim urednikom matematičnih publikacij in njihovim pomočnikom, torej posrednikom med piscem in stavcem. Njihova naloga je namreč, da po potrebi opremijo rokopis z opombami, pojasnili in znaki, tako da stavcu nikoli ni treba ugibati, kaj mu je storiti. Za to delo se morajo kar precej spoznati na matematiko in na stavljenje. Pričujoča knjiga je menda prvi priročnik, namenjen tehničnemu osebju, zato nam tu njene koristnosti ni treba dokazovati. Vsaj malo pa pogledjmo, koliko lahko koristi matematiku piscu.

Iz knjige bomo izvedeli, kakšna pojasnila in navodila potrebuje stavec. Kadar nam ni vseeno, kako se bo v dvomljivih primerih odločil tehnični urednik, ki včasih tudi težko ugane naše želje in namene, bomo sami napisali ustrezna navodila. Naučili se bomo, kako na rokopis napisati vstavke, popravke in navodila stavcu (najbrž le malokdo ve, da npr. ne smemo pisati vzporedno z daljšim robom lista). Tistim, ki pošiljajo svoje članke v tisk na tuje, bodo prišli zelo prav nekateri angleški strokovni izrazi, da bodo sploh znali napisati navodila stavcu (npr. skupno ime za vse oklepaje, skupno ime za znamenja nad črkami, skupno ime za izreke, leme, korolarje itd.). Izvedeli bomo za novejša tehnika stavljenja, ki utegnejo spremeniti sedanja pravila, kaj je dovoljeno oziroma priporočljivo v matematičnih rokopisih in kaj ne. Zelo koristna je tudi s kratkimi komentarji opremljena bibliografija na koncu knjige.

Obe publikaciji, ki smo o njiju tu govorili, sta na razpolago v Matematični knjižnici.

Jože Vrabec

I. M. Singer, J. A. Thorpe, Lecture Notes on Elementary Topology and Geometry, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer, New York—Heidelberg—Berlin, 232 + VII str.

V predgovoru k tej knjigi pravita avtorja takole: Povprečnemu (dodiplomskemu) študentu matematike se zdi ta veda razdeljena na ostro ločene teorije, ki druga na drugo nimajo nobenega vpliva. Cilj te knjige je pokazati, seveda samo na zelo majhnem delu matematike, da je matematika le precej enotna veda in da se tehnike ene matematične veje pogosto uporabljajo v drugi veji. Konkretno — znanje, ki si ga študent matematike običajno pridobi v prvih dveh ali treh letih študija pri analizi in algebri, se v tej knjigi uporabi za izpeljavo nekaterih precej globokih izrekov, ki povezujejo geometrijo, topologijo in teorijo grup.

Ob takem programu seveda snov — kljub naslovu knjige — ne more biti popolnoma elementarna, vsaj ne v našem pomenu te besede. Preglejmo snov po poglavjih. Prvi dve poglavji podajata osnove splošne topologije; skoraj vse od tega se po sedanjem programu naučijo naši študentje že v prvem letniku. 3. poglavje govori o homotopiji, fundamentalni grupi in krovnih prostorih; to poglavje je eno od osrednjih in je za naše pojme že precej manj elementarno. 4. poglavje obravnava simplicialne komplekse in poliedre; avtorja podata običajno geometrično teorijo in nato prikažeta kombinatorno predstavitev fundamentalne grupe poliedra. Nato se začne najvažnejši del knjige. V 5. poglavju obravnavata avtorja gladke mnogoterosti, diferencialne forme in de Rhamovo kohomologijo. V 6. poglavju definirata simplicialno homologijo in kohomologijo in dokažeta de Rhamov izrek o izomorfnosti simplicialne in de Rhamove kohomologije na gladki mnogoterosti. 7. poglavje je posvečeno notranji (globalni) Riemannovi geometriji ploskev: obravnava vzporeden prenos vektorjev in zveznosti na ploskvah, volumenske elemente, Gaussovo ukrivljenost, strukturne enačbe, Gauss-Bonnetov izrek, geodezične koordinatne sisteme, izometrije in ploskve s konstantno ukrivljenostjo. 8. poglavje pa govori o diferencialni geometriji ploskev, vloženi v 3-razsežni evklidski prostor.

Menim, da sta avtorja svoj cilj dosegla. Vsekakor jima je uspelo lepo razložiti del matematike, v katerem se prepletajo matematična analiza, algebra, algebraična topologija in diferencialna geometrija. Seveda pa sta segla precej čez tisto, kar se običajno poučuje na dodiplomskem študiju. Zato se morda ne bo vsakdo strinjal, da je knjiga primerna za učbenik na dodiplomskem študiju. Gotovo pa je odličen pripomoček za matematika (študenta ali »kvalificiranega«), ki se malo ali nič ne spozna na algebraično topologijo in globalno diferencialno geometrijo, pa bi se želel s čim manj truda nekoliko izobraziti v tej smeri. Malo neugodno je le to, da ta knjiga ni bila napisana kot samostojno delo ali učbenik za samouke, ampak imamo tu res predvsem »lecture notes«, zapiske ob predavanjih. Tako sestoji večidel le iz definicij, izrekov in dokazov. Veznega besedila, uvodov, neformalnih motivacij in podobnega skoraj ni. Ker pa je knjiga napisana skrbno in nikakor ne skopo, se mi zdi, da je kljub omenjeni pomanjkljivosti dovolj lahko berljiva.

Jože Vrabec

Akos Császár, General Topology, Disquisitiones Mathematicae Hungaricae 9, Akadémiai Kiadó, Budimpešta, 1978, 488 str.

To je nov element v zdaj že zelo številni množici knjig o splošni topologiji. Nikakor pa ni tipičen element te množice. Izstopa že po številu strani. Začnimo tokrat s seznamom naslovov razdelkov: množice, evklidski prostori, metrični prostori; pojem topološkega prostora, podajanje topologij, primerjava in zoževanje topologij, konvergenca filtrskih baz, separacijski aksiomi, zvezne preslikave; bližnjostni prostori (proximity spaces), uniformni prostori; Urysohnova lema, popolnoma regularni prostori; polni uniformni prostori, kompaktni bližnjostni prostori, kompaktni topološki prostori; razširjave topoloških prostorov, razširitev preslikav, razširjave uniformnih prostorov, razširjave bližnjostnih prostorov; produkt topoloških prostorov, produkt bližnjostnih prostorov, produkt uniformnih prostorov, kvocientni prostori; deljivi prostori, polno normalni prostori, parakompaktni prostori, metrizacijski izreki; redke in suhe množice, Bairovi prostori; povezane množice, lokalno

povezani prostori, z loki povezani prostori, lokalno povezani kontinui; grupe, topološke grupe, polne grupe.

Iz tega seznama je razvidno, da, gledano »globalno«, snov ni zelo široko zajeta; avtor se ni trudil, da bi obdelal vsa poglavja splošne topologije. »Lokalno« pa je knjiga pisana zelo široko. Kaj hočem s tem reči, bom morda najbolje pojasnil z nekaj zgledi. Pisec navaja kar 13 separacijskih aksiomov. Poleg pojma normalnega prostora nastopajo še štiri specializacije tega pojma (collectionwise normal, completely normal, fully normal, perfectly normal). Toda to ni še nič v primeri s pojmom kompaktnosti: ta se pojavi, ovešena z raznimi predponami in pridevniki, kar v 21 inačicah.

Posebnost knjige je tudi velik poudarek na bližnjostnih in uniformnih strukturah. O uniformnih prostorih beremo sicer lahko še v marsikateri drugi knjigi, bližnjostni prostori so pa komaj še kje omenjeni. Poleg tega bližnjosti in uniformnosti tu ni posvečeno le eno poglavje, temveč nastopata kot osnovna pojma v vsej knjigi.

Pisec je knjigo namenil tudi začetnikom. Zato se je potrudil za jasno in dovolj obširno razlago ter vsakemu razdelku dodal precej nalog. Toda kljub temu se mi zdi knjiga zaradi širokosti in splošnosti za začetnika popolnoma neprimerna. Celo izkušenejši matematik se bo le s težavo prebijal skozi množico specialnih pojmov in oznak, če odpre knjigo kje na sredi. Menim, da se bo to delo uporabljalo predvsem za vir specialnih informacij za nekatera poglavja splošne topologije. Tudi poglavja, ki so zajeta v knjigi, niso vsa enako temeljito obdelana; pri nekaterih je ostal avtor bolj pri vrhu (npr. pri kvocientnih prostorih). Gotovo pa je Császárjeva knjiga najpopolnejši vir za teorijo bližnjostnih in morda tudi uniformnih prostorov.

Jože Vrabec

Vladimir G. Kirin, Prolegomena mathematici. Elementi matematičke logike. Školska knjiga, Zagreb 1978. 31 str. 24 cm.

Pred seboj imamo zgoščen uvod v matematično logiko, namenjen matematično mislečemu bralcu, ki se z logiko posebej ne ukvarja, pač pa se z njo srečuje pri svojem vsakdanjem delu. Avtor nas vpelje v svet izjav in izjavnih formul, govori o njihovi notranji zgradbi in o njihovem povezovanju med seboj, nadalje o tautologijah, pravilih sklepanja in formalnem dokazovanju. Razloži odnos med teorijo in njenimi modeli ter med dokazljivostjo in pravilnostjo izjav. V besedilo so tudi vključeni raznovrstni primeri uporabe logike v matematiki.

Knjiga se loči od drugih tovrstnih del po svoji zgoščenosti, po zelo zgodnji vpeljavi pojma modela, po tem, da obravnava predikatni račun pred izjavnim in da ne navaja pravilnostnih tablic. Delo je na visoki ravni in že v začetku je vpeljanih veliko novih pojmov, ki nato omogočajo čim splošnejšo obravnavo snovi. Tako npr. pri pojmu konjunkcije avtor že takoj govori o pravilnosti konjunkcije dveh formul A in B za določene vrednosti njunih prostih spremenljivk.

Še posebej bo delo koristilo bralcu, ki zna abstraktno misliti in ki se je z logiko že srečal, npr. v izčrpni razlagi profesorja N. Prijatelja v njegovem Uvodu v matematično logiko. V Kirinovem delu bo potem našel kratek, zanimiv pregled logike, njenega jezika, metod in ugotovitev.

Janez Rakovec

NOVE KNJIGE

Sibe Mardešić, Matematička analiza u n-dimenzionalnom realnom prostoru. Drugi dio: Integral i mjera, Zagreb, Školska knjiga, 1977, 275 str.

To je pravzaprav le prvi del najavljenega drugega dela, ki obsega poglavji o integralu in meri, poglavji o odvajanju in o diferencialnih formah pa bosta objavljeni v posebnem zvezku.

Poglavje o integralu ima 5 razdelkov. V prvem je najprej splošno definirana mera nad kolobarjem množic, potem pa sta obdelani meri nad kolobarjema tako imenovanih elementarnih množic v R in v R^p . Drugi razdelek *Integriranje stopničastih funkcij* definira najprej pojem elementarne funkcije glede na ustrezni prostor mere in nato integral take elementarne funkcije. Tretji razdelek je namenjen *konstrukciji Lebesgovega integrala*, dokazu Fatoujeve leme ter izreku o dominirani konvergenci in končuje z Banachovim prostorom *L-integrabilnih funkcij*. V četrtem razdelku *Integral na R* je pokazana invariantnost Lebesgovega integrala glede na izometrije, izpeljane so osnovne lastnosti in metode za izračun določenega in nedoločenega integrala, parcialna integracija in замена spremenljivke v integralu, integracija na ne-kompaktnem intervalu in naposled je omenjen tudi »stari« Riemannov integral. Razdelek je sklenjen s problemom rektifikacije loka krivulj in s tem v zvezi je govor tudi o funkcijah z omejenim totalnim razmahom. V zadnjem razdelku prvega poglavja je izpeljana posplošitev na *integrale na R^p* . Se pravi, da je definirana produktna mera in dokazan Fubinijev izrek. Izpeljan je tudi izrek o zameni spremenljivk pri večkratnih integralih.

Poglavje o meri se začneja s pojmom merljive funkcije, ki je v skladu s konceptom dela seveda definirana kot limita zaporedja elementarnih funkcij. Dokazan je tudi Tonellijev kriterij za integrabilnost merljivih funkcij v prostorih s produktno mero. Nato sledi splošna definicija merljivih množic v Lebesgovem smislu, Lebesgova mera in dokaz njene enoličnosti. Drugi razdelek obravnava najprej *odnos med mero in topologijo* v dani množici pa Lebesgovo mero v R in v R^p . Tretji razdelek je namenjen prostorom L_2 in *Fourierovi analizi*. Dokazan je Fischer-Rieszov izrek in izpeljana je Fourierova analiza v Hilbertovem prostoru. Naposled so obdelani nekateri temeljni izreki v zvezi z običajno konvergenco Fourierovih vrst. Zadnji, četrti razdelek drugega poglavja je posvečen *Radon-Nikodymovemu izreku*. Začenja z linearnimi funkcionali nad Hilbertovim prostorom, vpelje pojem absolutno zvezne mere, izveden je dokaz posplošenega Radon-Nikodymovega izreka in nazadnje je govor še o odvodu po meri, o absolutno zveznih funkcijah in o tako imenovanem osnovnem izreku integralskega računa.

Tako kot prvi del, je tudi ta zvezek napisan v jasnem in natančnem slogu, ki omogoča prijetno, čeprav kdaj pa kdaj tudi nelahko branje, kar je pač naravna posledica obravnavane snovi, ki terja od bravca potrpežljivo in poglobljeno pozornost. Posebna dodatna odlika knjige je obsežna zbirka nalog, večidel teoretične narave, ki smiselno dopolnjujejo vsak razdelek. Knjiga je prav gotovo primerno »berilo« za naše študente matematike od drugega letnika naprej.

Niko Prijatelj

Tomislav Skubic, Naloge iz višje matematike (prvi del). Državna založba Slovenije, Ljubljana, 1976. 155 str. 90.— din (72.— din)

Knjiga je prvi od treh delov in nam predstavlja serijo nalog iz višje matematike do diferencialnega računa. Nalog je 421, pri vsaki je rešitev, mnogokrat tudi njena izpeljava.

Avtor začne delo s tremi kratkimi uvodnimi poglavji: številski sistemi, logični simboli in osnovni pojmi teorije množic. V tretjem poglavju pogrešamo naloge v zvezi s pojmom funkcije, saj je utrditev tega in spremljevalnih pojmov bistvena za razumevanje analize. Tudi nekaj nalog v zvezi z intervali ne bi škodovalo. Zanimiv in neobičajen je izraz vakuum za prazno množico.

Četrto poglavje o številih je zelo bogato z nalogami v zvezi s kompleksnimi števili. Peto poglavje o zaporedjih je izredno posrečena združitev teoretičnih in računskih nalog.

Isto velja za prvo polovico šestega poglavja z nalogami o funkcijah ene spremenljivke. V drugi polovici, ki obravnava risanje grafov, pa opazimo, da je le malo nalog s transcendentnimi funkcijami. Risanje racionalnih funkcij je nakazano na zelo dolg in neroden način: študent naj bi na vsakem intervalu med ničlami in poli ugotavljal vedenje funkcije. Vemo pa, da nas upoštevande večkratnosti ničel in polov privede do istega rezultata precej hitreje.

Naloge in rešitve so predstavljene zelo jasno in pregledno in knjiga je zato kot nalašč za samostojni študij, kar sicer ni pogosta odlika pri zbirkah nalog. Vrednosti tega dela prav nič ne zmanjšuje običajna težava avtorjev zbirk nalog, namreč pomote v rešitvah (na primer VI 165).

Anton Cedilnik

Vitalij Lazarevič Ginzburg, Sodobni problemi fizike in astrofizike. (Prev. Janez Strnad), Državna založba Slovenije, 1978, 144 str. (Knjižnica Sigma 2)

Knjiga je nastala iz predavanja profesorja V. L. Ginzburga, rednega člana Akademije znanosti SZ, ki je imelo namen podati pregled problemov sodobne fizike v celoti. To je bilo uvodno predavanje k celi vrsti predavanj strokovnjakov za posamezna področja nastajajoče fizike, ki jih je organizirala Katedra za probleme fizike in astrofizike moskovskega fizikalno-tehničnega inštituta. Po predavanju je avtor napisal članek: Kateri problemi fizike in astrofizike se zdijo zdaj posebno pomembni in zanimivi; izšel je v reviji Uspehi fizičeskikh nauk **103** (1971) 87 v razdelku Fizika naših dni, po predelavi članka pa je nastala ta knjiga.

Knjiga torej podaja avtorjevo izbiro posebno pomembnih in zanimivih vprašanj sodobne fizike. Za fizika, ki se ukvarja le z enim področjem, je že izbira, ki jo je sestavil vsestranski znanstvenik z izjemno razgledanostjo po sodobni fizikalni literaturi, posebno zanimiva. Vendar je knjiga mnogo več kot le zbirka še nerešenih problemov. Ob branju doživimo avtorjevo navdušenje nad fiziko, nad njeno lepoto in enotnostjo ter njegovo vero v zmago slavje jutrišnje fizike.

Odličen prevod v slovenščino je obogaten s seznamom prispevkov v Obzorniku za matematiko in fiziko, ki govore o problemih iz knjige.

Andrej Likar

PUBLIKACIJE KOMISIJE ZA TISK DMFA SRS v letu 1978

- 1.—6. OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO 25 (1978) št. 1—6 (327, 334, 341, 344, 352, 356)
7. *Matematična logika* (7. seminar iz matematike) Obzornik mat. fiz. 25 (1978) št. 1 (331) 40.—
8. *Fizika za družboslovce*. Obzornik mat. fiz. 25 (1978) št. 6 (347) 100.—
- 9.—13. PRESEK, list za mlade matematike, fizike in astronome 5 (1977/78) št. 3, 4, 5 (Prosen Marjan, Astronomska opazovanja — Presekova knjižnica — 3) (33, 343, 345) 6 (1978/79) št. 1, 2 (348, 354)
14. PUBLICATIONS OF THE DEPARTMENT OF MATHEMATICS 13 (1977/78) (357) —
15. PREPRINT SERIES OF THE DEPARTMENT OF MATHEMATICS 15 (1977) (329) —
16. LETNO POROČILO IMFM (1967/77) (330) —
17. BILTEN DMFA SRS 1978 (351) —
- KNJIŽNICA SIGMA
18. 20e. Uršič S., *Štirimestni logaritmi in druge tabele* (7. natis) (346) 28.—
19. 27. Struik D. J., *Kratka zgodovina matematike* (335) 100.—
20. 29. Ginzburg V. L., *Sodobni problemi fizike in astrofizike* (342) —
- ZBIRKA IZBRANIH POGLAVIJ IZ MATEMATIKE
21. 7. Križanič F., *Linearna algebra* (358) 40.—
22. 4b. Zakrajšek E., *Programski jezik PASCAL* (3. natis) (355) 28.—
- MATEMATIKA—FIZIKA, zbirka univerzitetnih učbenikov in monografij
23. 6d. Vidav I., *Višja matematika I* (6. natis) (338) br. 144.—
24. 10. Bohte Z., *Numerične metode* (337) pl. 160.— br. 128.—
25. 11. Strnad J., *Fizika*, 2. del (336) pl. 280.— br. 240.—
- POSTDIPLOMSKI SEMINAR IZ MATEMATIKE
26. 11. Vidav I., *Banachove algebre* (353) 40.—
27. *Seminar za računalniško in numerično matematiko* (1977) (350) —
- UČBENIKI ZA SREDNJO ŠOLO
28. Štalec I., *Zbirka vaj iz aritmetike, algebre in analize za 1. razred gimnazije* (8. natis) (328) —
29. Štalec I., *Zbirka vaj iz aritmetike, algebre in analize za 2. razred gimnazije* (7. natis) (339) —
30. Štalec I., *Zbirka vaj iz aritmetike, algebre in analize za 4. razred gimnazije* (2. natis) (340) —
31. *Tablice kvadratov, kubov, kvadratnih in kubičnih korenov naravnih števil...* (349) 8.—
32. *INDEX of the AMS (MOS) Subject Classification Scheme* (1970) (332) 216.—

Na desni strani seznama so navedene znižane cene, ki veljajo za člane društva, študente in naročnike Preseka.

Na koncu naslovov so v oklepajih zaporedne številke izdaje pri KT DMFA SRS od leta 1951 do danes.

Ciril Velkovrh